

Publikasjon nr. 33

Flatdekker
Beregning og konstruktiv utforming

Norsk Betongforenings publikasjoner er utarbeidet av fagpersoner utnevnt av Norsk Betongforenings styre. Det er gjort det ytterste for å sikre at innholdet er i samsvar med kjent viten på det tidspunktet redaksjonen ble avsluttet. Feil eller mangler kan likevel forekomme.

Norsk Betongforening, forfattere eller fagkomiteen har intet ansvar for feil eller mangler i publikasjonen og mulige konsekvenser av disse.

Det forutsettes av publikasjonen benyttes av kompetente, fagkyndige ingeniører med forståelse for begrensningene og forutsetningene som legges til grunn.

Innhold :	Side
FORORD	3
1. INNLEDNING	4
2. FLATDEKKE SOM DEKKEKONSTRUKSJON	4
2.1 Former og bruksområder	4
2.2 Flatdekkers virkemåte	5
3. RÅD FOR VALG AV KONSTRUKTIVT SYSTEM	8
3.1 Systemvalg	8
3.2 Spennvidder, platetykkelser	9
4. KONSTRUKSJONSBEREGNINGER	10
4.1 Norsk Standard NS 3473	10
4.2 Beregningsopplegg	12
4.3 Bruddgrensetilstanden	13
4.4 Bruksgrensetilstanden	20
4.5 Krav til planhet av dekket	22
5. FLATDEKKER MED ETTERSPENT ARMERING	23
6. KONSTRUKTIV UTFORMING	25
6.1 Lengdearmering	25
6.2 Skjærarmering	25
6.3 Supplerende armering	25
TILLEGG A : TILNÆRMET METODE FOR MOMENTKOEFFISIENTER FOR REKTANGULÆRE SYSTEMER	27
A.1 Gyldighetsområde	27
A.2 Betegnelser og definisjoner	27
A.3 Tabellverdier	28
A.4 Korreksjoner for innspenning i rand- og hjørnesøyle	31
TILLEGG B : MOMENTOVERFØRING FRA PLATE TIL SØYLE VED SKJÆRKREFTER	33
B.1 Generelt	33
B.1 Tverrsnittskonstanter	33
B.2 Dimensjonerende lastvirkninger ved overgang fra plate til søyle	38
TILLEGG C : BEREGNING AV STIVHETER OG FORSKYVNINGER	43
C.1 Metoder for beregning av forskyvninger	43
C.2 Noen stivhetsverdier	44
C.3 Bestemmelse av tverrsnittshøyde ved valgt begrensning av nedbøyning	46

TILLEGG D : FORENKLET METODE FOR BEREKNING AV NEDBØYNINGER FRA EGENLAST	50
D.1 Grunnlag	50
D.2 Momenter for ulike platefelt	50
D.3 Nedbøyninger for ulike platefelt	58
D.4 Sammenstilling av nedbøyningsformler	63
D.5 Sammenligning med et beregningseksempel fra [11]	64
TILLEGG E : EKSEMPLER	67
E.1 Eksempel 1: Platefelt i kontinuerlig flatdekke	67
E.2 Eksempel 2: Ett felts plate på søyler	77
TILLEGG F : FLYTSKJEMA FOR KONSTRUKSJONSBEREGNING OG – UTFORMING AV FLATDEKKE	93
F.1 Noter til flytskjema	93
F.2 Flytskjema	94
Notasjoner	95
Litteraturfortegnelse	98

FORORD

Denne håndbok er utarbeidet på oppdrag fra Norsk Betongforening (NB), som etter oppfordring fra foreningens medlemmer ønsket å tilby norske konstruktører en samlet fremstilling av emnet. Flatdekker har de senere år hatt en renessanse. Økt bruk av flatdekker skyldes først og fremst at de er relativt enkle å utføre mht. forskaling, armering og støping. Det kan gi økonomisk effektive dekker, som også har den egenskap at de inngår i en monolitisk konstruksjon med de fordeler det gir mht. reservestabilitet for uforutsette laster, f.eks. fra horisontalkrefter.

Det finnes i litteraturen en rekke publikasjoner som behandler deler av problemstillingen. Hensikten med denne håndboken har vært i størst mulig utstrekning å benytte tilgjengelig litteratur, og å gi en fullstendig beskrivelse av analyse, dimensjonering og konstruktiv behandling av de vanlige konstruksjonsformer for flatdekker. Det er forutsetningen at de metoder som angis skal gi pålitelighet som ligger innenfor kravene i Norsk Standard.

Det er observert at en rekke flatdekker som er prosjektert de senere år har hatt betydelige mangler i form av forskyvninger som har gitt bruksproblemer. Det er derfor lagt vekt på å angi en beregningsmetode hvor dette kan unngås. Det er videre utviklet en forenklet metode for beregning av nedbøyningene for egenlast for rektangulære systemer. Metoden gir konstruktørene et verktøy for å beregne nedbøyningene med tilstrekkelig nøyaktighet med relativt begrenset regneinnsats.

Håndboken er ment som hjelpemiddel for daglig beregningspraksis, det er imidlertid medtatt noen beregninger som sammenligner resultater med resultater fra andre publikasjoner, samt noen regneøvelser for å demonstrere muligheter for å forhåndsbestemme tvernsnittsgeometrien på grunnlag av en valgt nedbøyning.

Håndboken er utarbeidet av Dr. ing. Thore Hagberg, som har hatt en referansegruppe fra NB til å kommentere utkastene før manuskriptet ble endelig fastlagt.

Kommentarene har gitt grunnlag for en rekke forbedringer og presiseringer i teksten.

Referansegruppen har bestått av :

Siviling. Sven Alexander

Dr. ing. Bernt Jakobsen

Dr. Lars Aadnesen

Siviling. Bjørn Vik

Norsk Betongforening har retten til all publisering herunder kopiering av denne norske utgaven. Forfatteren har eksklusiv rett til eventuelle oversettelser og kopiering av hele eller deler av publikasjonen på andre språk.

The Norwegian Concrete Association has all rights of publishing this Norwegian version. The author has all rights to publish all or any parts of this publication in other languages.

1. INNLEDNING

Hensikten med denne håndboken er å gi anvisninger og råd for beregning og konstruktiv utforming av flatdekker, som et supplement til NS 3473 [1]. Standarden inneholder de krav som skal overholdes for å sikre tilfredsstillende pålitelighet, dvs. ha tilstrekkelig styrke og være egnet til å fylle den funksjon som er forutsatt for dekkekonstruksjonen.

NS 3473 inneholder ikke detaljerte regler som er tilstrekkelige for å gjennomføre en fullstendig dimensjonering. Spesielt gjelder det beregning av lastvirkningene. Tidligere utgaver av standarden har hatt forenklete regler for å beregne krefter og momenter. I de senere utgaver ble disse reglene tatt ut fordi reglene for beregning av momentene var svært grove, og det ville kreve en ikke uvesentlig økning av standarden for å få tilfredsstillende regler. Detaljerte regler for beregning av skjærkrefter som dekker randsøyler og hjørnesøyler har aldri vært gitt i Norsk Standard eller i noen annen standard. Det ble antatt at dette var stoff som mer naturlig hørte hjemme i håndbøker. NS 3473: 5. utgave inneholder derfor bare generelle regler for å bestemme lastvirkningene, men har detaljerte og fullstendige regler for å bestemme kapasitetene (motstandene) i tverrsnittene både med hensyn til moment og skjærkraft.

Supplerende regler for beregning av skjærkrefter med tilhørende dimensjonering har vært gitt i NBs publikasjon [6], en publikasjon som har vært særdeles nyttig for konstruktørene.

Denne håndboken tar sikte på å gi råd og veiledning for hele prosjekteringsoppgaven fra valg av system til analyse og dimensjonering. Fremgangsmåten vil bli belyst gjennom to komplette eksempler. Det skal bemerkes at den fremgangsmetoden som er vist i Tillegg A og i eksemplene i Tillegg E er en av flere mulige metoder å gå frem på, som ikke utelukker at også andre metoder kan benyttes.

Det er lagt vekt på at anvisninger og beregningsmetoder skal være enkle å gjennomføre og samtidig gir tilstrekkelig nøyaktige resultater både for brudd- og bruksgrensetilstanden. Metodene kan uten videre gjennomføres som håndberegninger. For dem som benytter denne konstruksjonsformen hyppig vil det nok være hensiktsmessig å utarbeide et dataprogram for å beregne lastvirkningene og eventuelt også for å dekke dimensjoneringen.

Det finnes forøvrig tilgjengelige dataprogram (generelle og spesielle) basert på FEM-analyse som beregner lastvirkningene, og hvor dimensjoneringen (i hovedsak beregning av nødvendig armering i de ulike snitt) kan være direkte koblet til resultatene fra analysen. I systemer som har en merkelig uregelmessig form vil en FEM-analyse kunne være et godt og pålitelig hjelpemiddel til å få realistiske krefter og momenter.

Symboler følger så langt det er praktisk og hensiktsmessig symbolene i NS 3473. Andre symboler er forklart under "Notasjoner" bakerst, og for øvrig der de brukes.

2. FLATDEKKE SOM DEKKEKONSTRUKSJON

2.1 Former og bruksområder

Flatdekker brukes som betegnelse på plater som ligger direkte på søyler uten bjelker. Dekkene har to hovedformer:

- Med søyleforsterkning (Engelsk: Mushroom slab. Tysk: Pilzdecke. Norsk: Soppdekke eller Pilsdekke)
- Uten søyleforsterkning, dvs. dekket er helt plant på undersiden (Engelsk: Solid flat slab. Tysk: Flachdecke. Norsk: Flatdekke)

Hva som skal velges vil hovedsakelig avhenge av størrelse på lastene, avstandene mellom søylene og om det er krav til funksjonelle egenskaper utenom lastbærende. Dessuten vil systemet for horisontal avstivning ha betydning. Der vertikallastene er store, som for eksempel for kaier, vil det ofte være

hensiktsmessig å ha en forsterkning ved søyletopp. Ikke minst gjelder dette dersom det er ønskelig av hensyn til fundamentering av søylene å ha store søyleavstander.

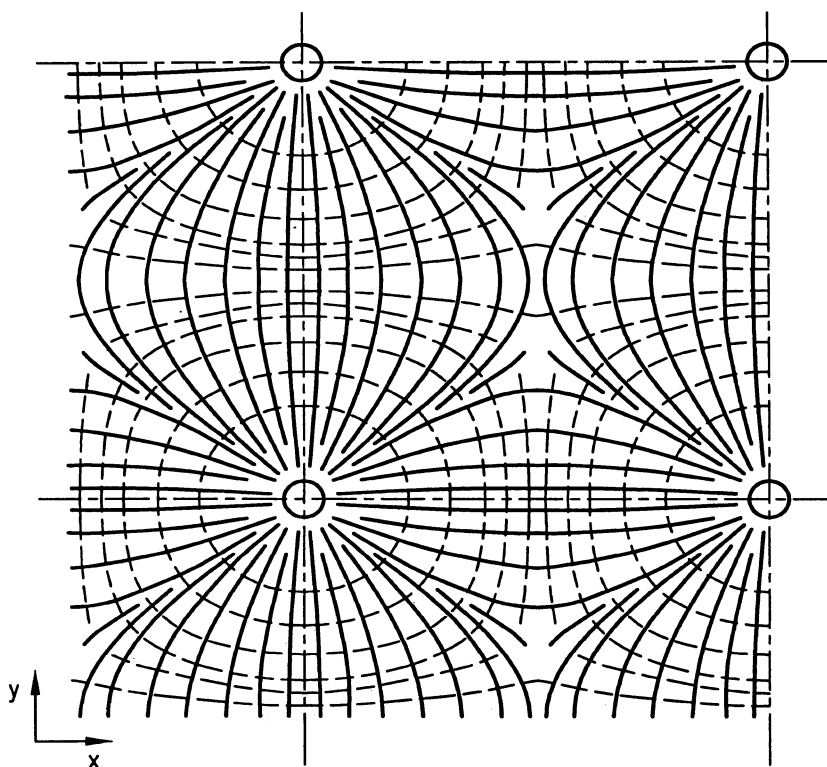
Med søyleforsterkning blir stivheten betraktelig øket, dvs. forskyvningene blir mindre. Kapasiteten, både med hensyn til momenter og innføring av skjærkrefter fra dekket til søyle blir også øket vesentlig med en søyleforsterkning.

Flatdekker er spesielt egnet dersom det er behov for store arealer uten vegger slik at det kan settes opp delevegger som ikke er en del av bæresystemet. Det vil gi stor frihet ved eventuelle fremtidige behov for endringer av innredningen.

I siste instans vil kostnadene for dekket, hvor de ulike krav som stilles til vedkommende byggverk er ivare tatt, være avgjørende for valg av system.

2.2 Flatdekkers virkemåte

I en isotrop homogen plate på søyler med jevnt fordelt last har hovedmomentene for et innerfelt retninger som vist på figur 1 [7]. Det ville være temmelig upraktisk å armere i samsvar med hovedmomentene, som ville kreve armering med variabel krumning. Dersom armeringen legges i et rett vinklet system, vil armeringen ha retninger nær hovedmomentene i felt i begge retninger. Retningsavviket fra den isotrope homogene løsningen i dette området blir derfor ikke stort. I søyleområdet er momentene negative (strekk på oversiden), og momentene er radielle og rotasjonssymmetriske rundt søylen

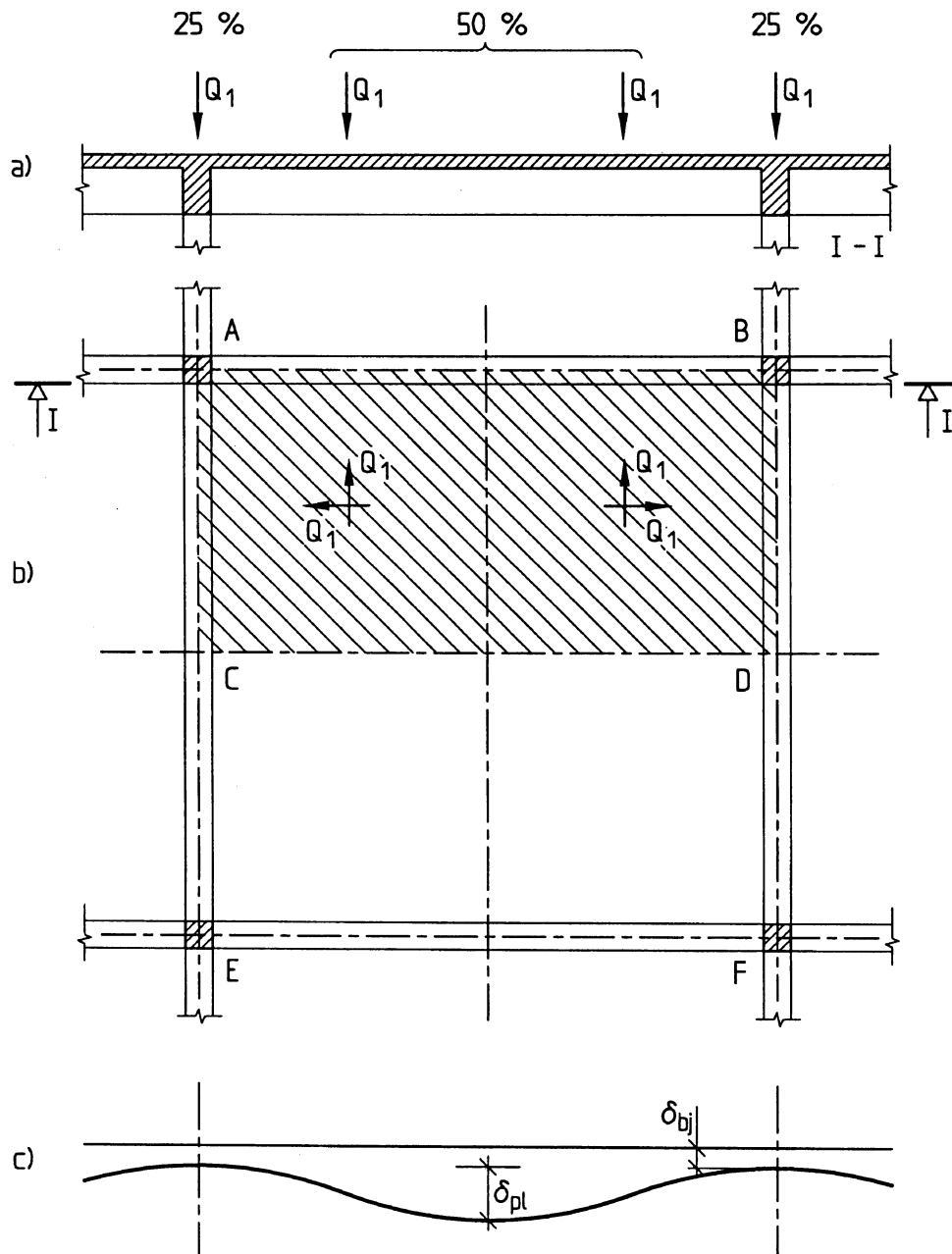


Figur 1 : Hovedmomentenes retning i innerfeltet av et flatdekke under jevnt fordelt last [7]

Dette spenningsmønsteret endrer seg imidlertid der lasten overskrider risslasten i vedkommende område, og slik at momentene tilpasser seg armeringsføringen med oppfyllelse av likevektsbetingelsene.

Den praktiske løsning er å legge armeringen i et rettvinklet system, og det vil bli lagt til grunn her. For å anskueliggjøre flatdekkers virkemåte med denne forutsetning kan det være hensiktsmessig å sammenligne flatdekket med et system med bjelker/plate.

I to-veis plater, dvs. plater med kryssende bjelker føres lasten inn i begge platens retninger og går via bjelkene til søylene. Med kvadratiske plater vil like stor del av lasten gå begge veier; i hver retning bæres halvparten av lasten. Dette er illustrert på figur 2.



a) Angir snitt, b) viser plan, c) viser nedbøyningen i snitt $CD = \delta_{bj} + \delta_{pl}$

Q_1 symboliserer her summen av permanent last og jevnt fordelt variabel last

Figur 2 : Lastoverføring for et bjelke/plate-dekke

Det er bjelkene, eventuelt vegger, som sørger for to-veis virkningen.

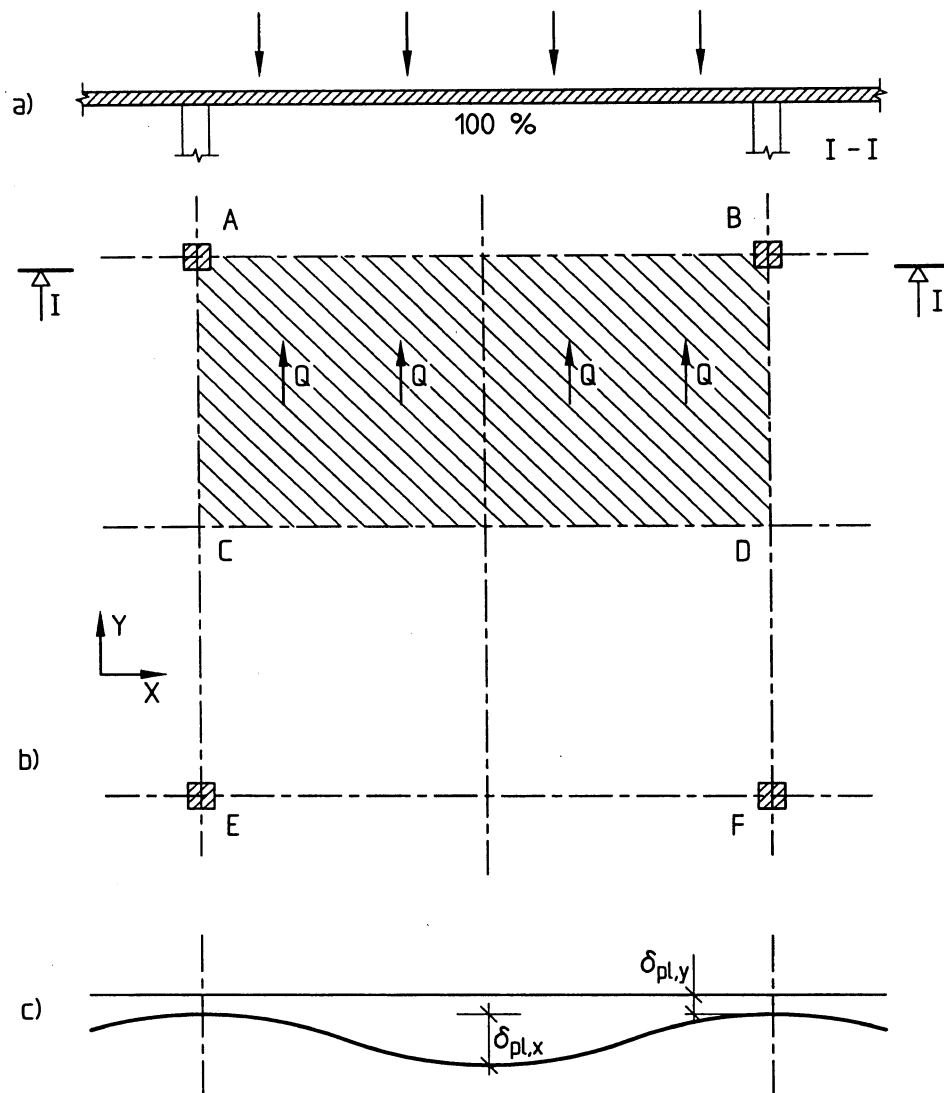
Snittet I-I viser likevektstilstanden, hvor 50 % av lasten innenfor arealet (ACDB), dvs. ($2Q_l$), går via platen inn på bjelke AB og derfra inn på søylene A og B. 2x25% av lasten går fra platen via bjelkene AE og BF inn på søylene A og B.

Nedbøyningen i platen, som med symmetriske forhold har maksimalverdi i midten, setter seg sammen av bjelkenes nedbøyning δ_{bj} og platens nedbøyning δ_{pl} :

$$\delta_{tot} = \delta_{bj} + \delta_{pl} \quad (1)$$

På grunn av tverrsnittshøydens betydning for stivheten (tilnærmet 2. potens for risset tverrsnitt med en gitt armering) vil stivheten av bjelken være stor i forhold til platen dersom både platen og bjelken er risset, slik at platens nedbøyning normalt gir betydelig større bidrag enn bjelkenes nedbøyning.

Dersom det legges et tilsvarende snitt i et flatdekke, vil 100% av lasten gå via platen til søylene, dvs. totalmomentet i platen over bredden AB skal av likevektsgrunner beregnes på grunnlag av hele lasten. Likevektsbetingelsene for et snitt i y-retning krever tilsvarende at totalmomentet over bredden AE skal beregnes på grunnlag av hele lasten. Sagt på en annen måte vil platen i y-retningen fungere som "bjelke" for platen i x-retningen og vice versa. Figur 3 illustrerer forholdet.



Q symboliserer her summen av permanent last og jevnt fordelt variabel last

$\delta_{pl,x} + \delta_{pl,y}$ er nedbøyningen i snitt C-D

Figur 3 : Lastoverføring ved et flatdekke

Nedbøyningen i midten av platen setter seg her sammen av platens nedbøyning i de to retningene :

$$\delta_{\text{tot}} = \delta_{\text{pl},x} + \delta_{\text{pl},y} \quad (2)$$

Nedbøyningene for et flatdekke blir erfaringsmessig 20-40 % større enn for et tilsvarende bjelke/plate-dekke. I litteraturen finner en ofte tallet 30 %. Tallet avhenger av tversnittshøyder og armeringsmengder. Med full utnyttelse i bruddgrensetilstanden vil beregnet nedbøyning for et flatdekke bli merkbart større enn for et bjelke/plate-dekke med samme spennvidder.

3. RÅD FOR VALG AV KONSTRUKTIVT SYSTEM

3.1 Systemvalg

Hovedvalget står mellom et flatdekke og et soppdekke (flatdekke med søyleforsterkning). En søyleforsterkning kan være plan eller kjegle- eller pyramideformet, se figur 4. For sirkulære søyler vil kjegleformen være naturlig, for kvadratiske søyler vil pyramideformet søyleforsterkning være naturlig. Med mindre spesielle forhold foreligger (for eksempel store laster, arkitektonisk ønske) bør flatdekket være førstevalget. Tendensen de senere år har vært å velge et plant flatdekke for bygninger. Formen har en enkel forskaling og utlegging av armering, og vil ofte gi den rimeligste løsningen. Løsningen gir også stor frihet i fremføring av ledninger og andre tekniske installasjoner.

Neste valg gjelder hvorvidt platen skal utformes uten skjærarmering i søyleområdet, dvs. at platen har en skjærkraftkapasitet V_{cd} som er tilstrekkelig uten skjærarmering. Dette kan f. eks være aktuelt for innersøylene. Her kan skjærstrømmen som regel antas jevnt fordelt, en forhåndspåvisning er derfor relativt enkel å gjennomføre, se punkt 4.3.3. Det er ellers ikke uvanlig å skjærarmere i flatdekker, det er derfor et valg en gjør om en vil unngå det. Imidlertid vil en samtidig også påvirke stivheten sterkt slik at nedbøyningen blir merkbart mindre dersom en velger platetykkelsen så stor at skjærarmering unngås.

Det er vanlig å utføre platen momentstivt (monolitisk) forbundet med søylene. Dette vil påføre søylene momenter fra platerotasjonene. For innersøyer er momentene vanligvis små, med mindre søyleavstandene varierer vesentlig, eller om konstruksjonen har stor bevegelig nyttelast som har betydning ved feltvis belastning. I alminnelighet blir søylemomentene for innersøyer ikke forfulgt for bygninger, dersom spennviddene i nabofeltene er tilnærmet like, og dersom andel av bevegelig last ikke er vesentlig i forhold til permanent last.

For rand-, hjørnesøyer og 1. innersøyer vil momenter som påføres fra platens rotasjoner være så store at kapasiteten skal påvises. Dersom en ikke ønsker å påføre søylene momentene, kan søylene utføres med ledd mellom plate og søyle. Det kan imidlertid bli relativt kostnadskrevende å få en leddforbindelse som er teknisk sikker og fullgod. Løsninger med ledd anbefales derfor ikke for vanlige bygninger.

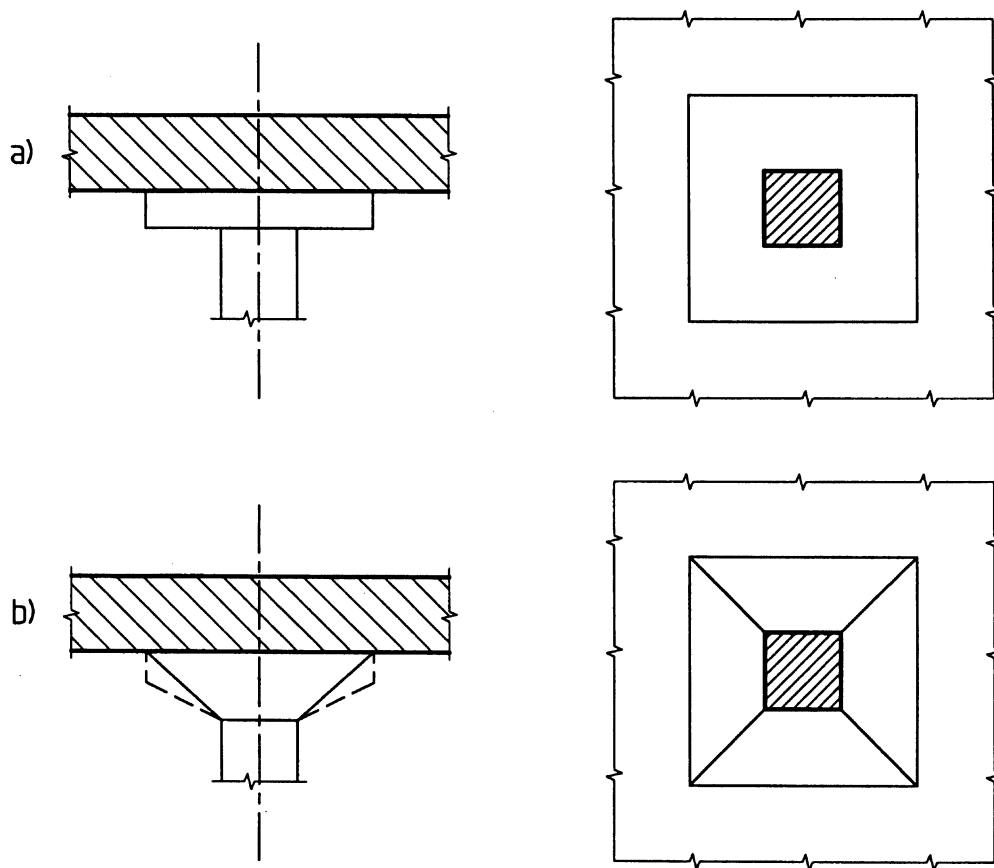
Å overføre større momenter mellom søyle og plate kan gi kapasitets- og plassproblemer, spesielt når det gjelder plassering av armering. Det bør derfor normalt ikke forutsettes at de monolitiske forbindelsene skal overføre momenter forårsaket av horisontale laster, dvs. det bør være avstivende komponenter (heisesjakter, trappesjakter eller hele vegger) for å overføre horisontale laster til fundamentene. Dersom dekke/søylekonstruksjonen skal overføre horisontalkrefter fra f.eks. vind uten avstivende komponenter, kan platen utformes som et soppdekke. Det vil gi bedre mulighet til å få overført momentene mellom søyle og dekke.

Rendene kan med fordel utføres med bjelker for å øke dekkestivheten og redusere momentene som går ned i søylene, samtidig som et knutepunkt med en randbjelke gir bedre mulighet for å armere forbindelsen mellom dekke og søyle. Plateranden bør ligge noe utenfor søyleleiv; det gir mulighet for å armere dette området på en hensiktsmessig måte.

En soppformet søyleforsterkning kan ha ulike utforminger, se figur 4. Alle former øker dekkets stivhet, og kapasiteten for momenter i søyleområdet. Det er ikke uvanlig at stivheten dobles ved bruk av søyleforsterkning. Viktig er det også at skjærkraftkapasiteten blir betydelig større.

Form a) er enklest å utføre mht. forskaling og armering. Form b) kan gi en bedre arkitektonisk utforming slik at for soppdekker med eksponerte flater, f. eks slik situasjonen kan være for platebruer, vil form b) ofte bli foretrukket.

Dersom en ønsker å holde platetykkelsen moderat vil det kunne kompenseres med søyleforsterkning. For kaier vil en kjegle- eller pyramideformet utforming være hensiktsmessig. Det gir en geometri som ikke er spesielt sårbar for undersiden av kaier, hvor konstruksjonene har meget aggressive eksponeringsforhold



Figur 4 : Ulike former for søyleforsterkning

3.2 Spennvidder, platetykkelser

En rekke administrasjonbygg har i de senere år vært prosjektert med en søylemodul på 7,2 m, ofte i begge retninger eller med en mindre søyleavstand i den andre retningen, f.eks. 6,0 m. Flatdekket kan utformes med slike spennvidder og ha tilfredsstillende funksjonsegenskaper, men i en rekke tilfelle har nedbøyningene i slike dekker blitt større enn ønskelig, og har gitt bruksproblemer.

Nedbøyningene kan imidlertid påvises med rimelig nøyaktighet, og det kan treffes tiltak for sikre at de ikke blir større enn en valgt verdi. Midlene for å sikre akseptable nedbøyninger er valg av platetykkelse og armeringsmengde, samt at armeringen er fordelt på en hensiktsmessig måte.

Det siste forholdet er ivaretatt gjennom den fordelingen av momentene som Tillegg A foreskriver. Ved valg mellom platetykkelse og armeringsmengde for å begrense nedbøyningen er platetykkelsen vesentlig mer effektiv (inngår tilnærmet i 2. potens mot mindre enn 1. potens for armeringen), selv om vekten også øker. For å oppnå store endringer i beregnet nedbøyning er det derfor platetykkelsen som bør endres.

For å unngå store platetykkelser og betydelige armeringsmengder anbefales det at flatdekker begrenses til spennvidder inntil ca. 7,2 m. Det er ingen spesielle problemer med å tilfredsstille lastvirkningene i bruddgrensetilstanden med større spennvidder, hvor momentene er i 2. potens av spennvidden, men som angitt ovenfor kan det gi problemer i bruksgrensetilstanden hvor nedbøyningene er i 4. potens av spennvidden. Dersom større spennvidder er ønskelig, og f.eks. kan påvises å gi bedre totaløkonomi, bør det vurderes å bruke søyleforsterkning.

NS 3473 setter krav til minste dekketykkelse i P18.2 : $h \geq l/30$. Erfaring har vist at minimumstykkelsen kan kreve store armeringsmengder dersom forskyvningene skal holdes på et akseptabelt nivå. Det anbefales derfor å velge en dekketykkelse som ligger over minstekravet, f. eks i størrelsesorden $l/25$ dersom det er vanlige nyttelaster og moderate til store spennvidder. Dersom nyttelastene nærmer seg egenlasten i størrelse bør det overveies å bruke enda større dekketykkelse. Dersom spennviddene er små til moderate (f.eks. i størrelsesorden inntil 5 m) vil minimumstykkelsen etter P18.2 kunne være tilstrekkelig.

Dersom spennviddeforholdet l_x/l_y er i området 0,7 - 1,4 bør største spennvidde brukes som vurderingskriterium.

I tillegg C er det gitt en tilnærmet metode for å beregne minste dekketykkelse på grunnlag av en valgt nedbøyning. Ved å følge denne fremgangsmåten vil det være bruksgrensetilstanden som fastsetter platetykkelsen. Metoden forutsetter at dekket er utnyttet slik at det er risset for momentene. Forøvrig vises til Tillegget og til anvendelsen i eksemplene.

4. KONSTRUKSJONSBEREGNINGER

4.1 Norsk Standard NS 3473

Henvisninger med stor P refererer til punktet i NS 3473. Andre henvisninger gjelder punkter i denne håndboken.

Forutsetninger

De generelle forutsetninger som gjelder alle typer komponenter og som ikke er spesielle og krever særskilt behandling for flatdekker gjentas ikke her. Noen punkter skal kommenteres :

I P9.4 Lastvirkninger angis det at lastvirkningene kan bestemmes etter anerkjente metoder basert på lineær elastisitetsteori. Det angis videre at det kan tas hensyn til konstruksjonens ikke-lineære egenskaper, hvor eventuell rissdannelse og virkningen av denne kan beregnes etter reglene i P15.3 og P15.6. Hvis lastvirkningene bestemmes etter elastisitetsteorien vil lastvirkningen for flere laster kunne superponeres fra hver enkelt last, og dessuten kan de samme momentkoeffisienter benyttes for både brudd- og bruksgrensetilstanden, dvs. det blir en lineær skalering av lastvirkningene mellom grensetilstandene.

Den metoden som angis i denne håndboken er basert på lineær elastisitetsteori, men tilpasset slik at den forutsetter at hele lasten overføres av bøyningsmomenter alene som m_x - og m_y -momenter, dvs. torsjonsmomenter forekommer ikke i likevektsbetingelsene. Det betyr et avvik fra homogen elastisk tilstand som angitt i punkt 2.2. Imidlertid vil rissdannelsen føre til at armeringsretningene bestemmer momentenes retning, i tillegg til at hovedmomentene i homogen tilstand ikke avviker altfor mye fra de valgte armeringsretninger for feltene. Sist, men ikke minst, har praktisk bruk av metoden vist at lastvirkninger beregnet etter den metoden som er beskrevet i punkt 4.3 gir tilfredsstillende resultater. Med det beregningsopplegget som benyttes, er torsjonsmomentene ikke nødvendig for likevekten.

P9.4.4 angir at det skal tas hensyn til armeringens duktilitetsegenskaper dersom beregningen er basert på ikke-linære egenskaper eller plastisitetsteori. Som angitt forutsetter vi at beregningen avviker fra lineær elastisitetsteori, bl.a. ved at lasten bæres bare av momenter referert til x- og y-retning, som generelt avviker fra hovedmomentenes retning i en isotrop, homogen plate. En viss omlagring av momentene er derfor nødvendig. Uten påvisning av hvilke armeringstøyninger dette vil kreve, bør det av denne grunn ikke velges armering med dårligere duktilitetsegenskaper enn klasse B eller helst klasse C etter NS 3576 [3].

Krav til påvisninger for normaltemperatur

Bruddgrensetilstanden : I vanlige tilfelle er det tilstrekkelig å påvise :

- Kapasitetene for momenter (P12.1)
- Skjærkraftkapasitet (P12.3, spes. P12.3.5)
- Forankring og skjøting av armering (P12.8)

Reglene i punktene (P12.1), (P12.3) og (P12.8) angir hvordan kapasiteten (motstanden) skal bestemmes, men angir ikke detaljert hvordan lastvirkningene skal beregnes. Det er vist her i Tillegg A og i eksemplene i Tillegg E.

Bruksgrensetilstanden : Det er i alminnelighet nødvendig å påvise :

- Forskyvninger (nedbøyninger) (P15.3)
- Riss (avhengig av eksponeringsklasse for byggverket/komponenten) (P15.6)
- Dynamiske egenskaper (P15.4) (avhengig av lasttype, konstruksjonens egenskaper og krav)

Tilsvarende som for bruddgrensetilstanden angir NS 3473 de forutsetninger som skal legges til grunn for å beregne lastvirkningene, men ikke detaljert hvilken fremgangsmåte som skal anvendes.

Konstruksjonsregler : P18.2 gir en rekke konstruksjonsregler for flatdekker. Spesielt nevnes her kravet til minimumsarmering: $\min A_s \geq 0,25 k_w A_c f_{tk}/f_{sk}$.

Et vanlig flatdekke vil ha følgende størrelser:

* $d \cong 1,2h$ (Som en vanlig verdi)

* $k_w = 1,5 - 0,250/1,0 = 1,25$

* C 25 har $f_{tk} = 2,1 \text{ N/mm}^2$

* $f_{sk} = 500 \text{ N/mm}^2$

Det gir : $\min A_s/A_c = 0,25 \times 1,25 \times 2,1 / 500 = 0,0013$

$A_c = "1" \times h = "1" \times 1,2d$. Eksempelvis hvis $d = 250$ blir $\min A_s = 400 \text{ mm}^2/\text{m}$

Forøvrig gis det regler for største senteravstand mellom stenger, for forankring av stengene ved fritt endeopplegg osv.

P17 : Armeringsregler gir bl.a. regler for skjøting og regler for bøyning av armering.

Enkelte av reglene referert ovenfor har anvendelsesregler i NS 3473 - Tillegg A.

Brannteknisk dimensjonering

Brannteknisk dimensjonering er definert som en *ulykkesgrensetilstand* i NS 3490 [2], dvs. en spesiell bruddgrensetilstand. Påvisning i denne håndboken forutsetter bruk av den forenklete metoden i NS 3473 Tillegg B, som er basert på tabellverdier. PB.3.7 inneholder krav til minste dekketykkelse og minste armeringsdybde som funksjon av ønsket brannmotstand. Det vil kun i spesielle tilfelle være aktuelt å beregne brannmotstanden til flatdekker med de analytiske metodene som er angitt i NS 3473.

4.2 Beregningsopplegg

Definisjoner og forutsetninger

Beregningen vil som regel starte med bruddgrensetilstanden. Valg av platetykkelsen kan skje som antydnet i 3.2 eller på grunnlag av en ønsket begrensning av nedbøyningen som vist i Tillegg C.

I så fall er det bruksgrensetilstanden som gir grunnlag for å bestemme platetykkelsen.

Flatdekker har som regel søylene liggende i et rettvinklet rutemønster, betegnet med x- og y-retning.

Forutsetningen for den tilnærmede metoden som angis i denne håndboken er at forholdet mellom avstandene i søylerekkene ligger i området 0,7 – 1,4. Dersom søylene ikke ligger i et slikt rektangelmønster kan det gjøres tilnærmelser for å bruke den metoden som er angitt i punkt 4.3 dersom avviket fra rektangulær form ikke er for stort. For øvrig vil en kunne gjennomføre en FEM-analyse for å bestemme lastvirkningene, som for enhver annen irregulær plateform.

Dersom platen er regulær, men med ulike spennvidder fra felt til felt vil støttemomentene kunne beregnes med middelverdien av de tilgrensende spennviddene og feltmomentene med feltets spennvidde, medmindre analysen gjennomføres som en rammeberegning basert på de foreliggende spennvidder.

Platen inndeles i feltstriper og søylestriper. Inndelingen skjer parallelt med søyleaksene, se figur 5.

Feltstripene er altså antatte platestriper som ligger i feltene mellom søylene, mens søylestripene ligger som bjelker over og til siden for søylene. Som angitt i punkt 4.3 vil det bli forutsatt at momentene i disse stripene kan antas konstante over en definert bredde av platen.

De søylestripene som ligger langs rendene av platen betegnes som randstriper

Momentene kan referere til hele bredden mellom søylene, og betegnes da som totalmomentet, (kNm).

Momenter som gjelder for en viss bredde betegnes som stripemomenter hhv. momentintensitet der det referer til breddeenhet (kNm/m).

Notasjoner

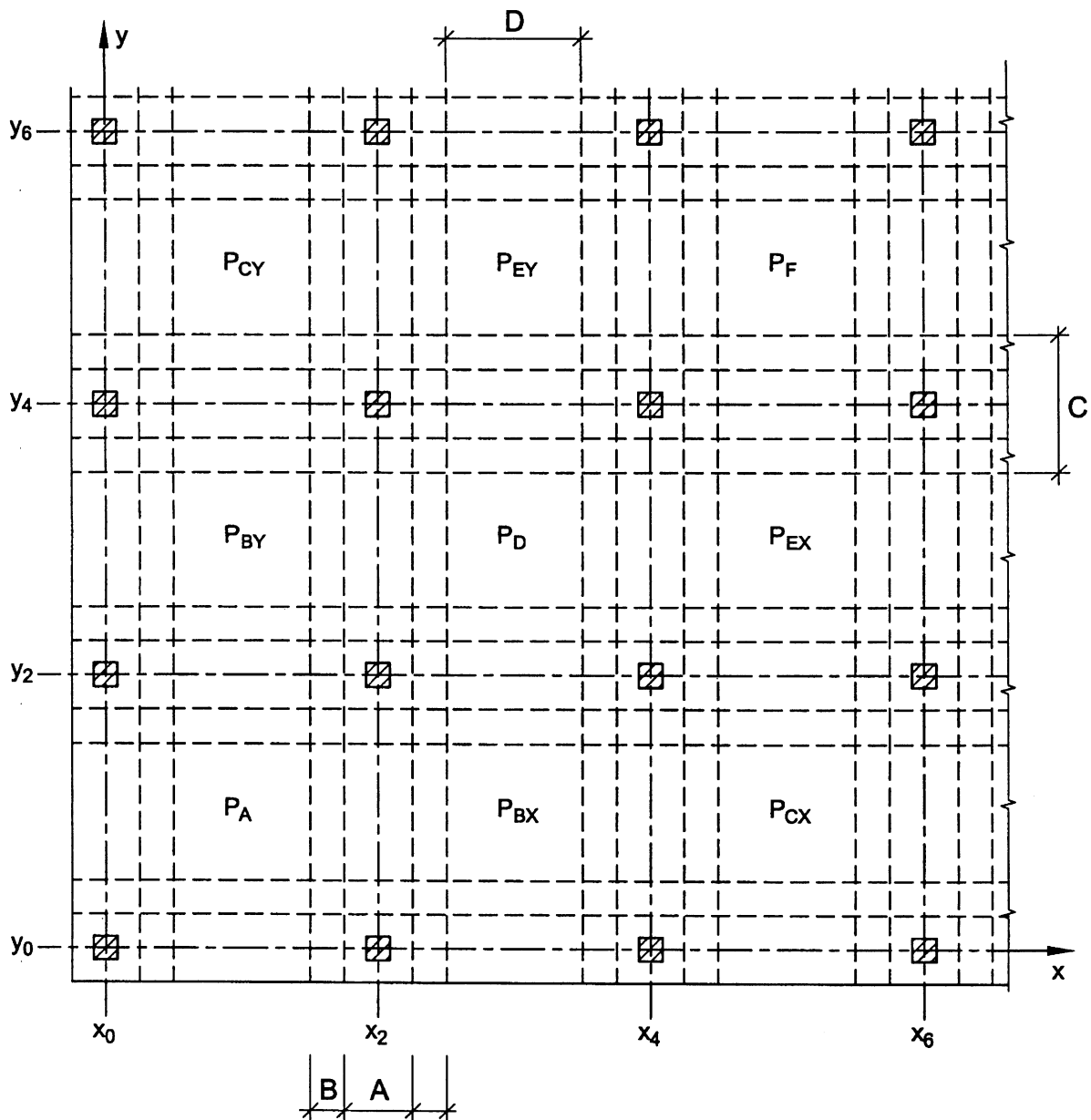
Følgende symboler er benyttet :

med	m_S	Støttemomenter
	m_{SF}	som Støttemoment i Feltstripen (kNm/m)
	m_{SS}	som Støttemoment i Søylestripen (kNm/m)

med	m_F	Feltmomenter
	m_{FS}	som Feltmoment i Søylestripen (kNm/m)
	m_{FF}	som Feltmoment i Feltstripen (kNm/m)

Momentene får indeks hhv. x og y i de to retningene. Momentene i x-retning er momenter som skaper spenninger i x-retning, dvs. de ligger vinkelrett på momentvektoren m_x .

På grunn av det store antall indekser er indeks f for dimensjonerende moment (dvs. lastvirkningen faktorisert) enkelte steder sløyet der det er åpenbart hvilken lastvirkning det gjelder.



$S_{Y_0X_0}$ = Hjørnesøyle
 $S_{Y_0X_4}$ = Randsøyle
 $S_{Y_4X_4}$ = Innersøyle

$S_{Y_0X_2}$ = 1. Randsøyle
 $S_{Y_2X_2}$ = 1. Innersøyle

A = 1. søylestripe, her 2 stk. i y-retning
 B = 2. søylestriper, her i y-retning
 C = Søylestriper i x-retning
 D = Feltstripe i y-retning

$P_A - P_F$ er Platefelt med ulike randbetingelser
 med hensyn på x- hhv. y-retning

Figur 5 : Inndeling i søyle- og feltstriper med definisjoner

4.3 Bruddgrensetilstanden

4.3.1 Beregning av dimensjonerende momenter

Det er tre aktuelle antagelser for å bestemme momentene. Disse antagelsene er også aktuelle for bruksgrensetilstanden, som angitt nedenfor:

- a) *Beregning basert på elastisitetsteori*
 Vanligvis i en forenklet form hvor torsjonsmomentene ikke inngår i

likevektsbetingelsene. Beregninger basert på FEM med elastisitetsteori som grunnlag faller også innenfor denne kategori, men her inngår normalt alle lastvirkningene, som får betydning for dimensjoneringen.

b) *Beregning basert på bruddlinjeteori (flytelinjeteori)*

Rissmønsteret som danner seg når platen nærmer seg bruddlasten minner om de forutsetninger som ligger til grunn for bruddlinjeteorien. Resultater fra forsøk sammenlignet med beregninger basert på bruddlinjeteori tyder på at beregningen gir sikre resultater. Enkeltlasttilfelle kan ikke superponeres. Momentene er mindre enn etter a). Metoden egner seg ikke til å beregne momentfordelingen i bruksgrensetilstanden.

c) *Empiriske momentkoeffisienter*

Dette er koeffisienter som er fremkommet etter korreksjon av beregnede koeffisienter for å få overensstemmelse med forsøk. Momentene er mindre enn etter a). Den mest kjente standardiserte versjon av denne metoden er reglene i ACI Building Code. Det er usikkert hvordan de beregnede momenter kan benyttes til å bestemme forskyvningene.

I denne håndboken vil det bli lagt mest vekt på en forenklet beregning etter elastisitetsteori, med metode som angitt i Tillegg A. Fordelen med elastisitetsteori er som angitt at momentfordelingen kan antas å gjelde både for brudd- og bruksgrensetilstanden. Metoden gir større momenter enn de øvrige, men med tanke på at det ofte vil være et ønske om å begrense nedbøyningene blir platen ofte ikke utnyttet for bøyning i bruddgrensetilstanden uansett.

Som angitt i punkt 2.2 krever likevektsbetingelsene at momentene beregnes for hele lasten i begge retninger. Beregningen kan skje med alle tilgjengelige metoder. Det kan for eksempel være hensiktsmessig å bruke momentkoeffisienter fra et tabellverk, se for eksempel [8]. Beregningen blir da helt analog til beregning av momentene i en kontinuerlig bjelke med feltvis belastning for å få de maksimale momenter, hhv. omhyllingskurven for momentene. Beregningen kan skje for hver retning uavhengig av hverandre, dvs. ikke sjakkbrettbelastning.

En beregning som en kontinuerlig plate vil gi totalmomentene i x- og y-retning avhengig av antall felt, spennvidde, permanent og bevegelig last. Dersom en beregner stripemomentene direkte, som beskrevet i Tillegg A, kan en beregning av totalmomentet tjene som kontroll på at summen av stripemomentene mellom søylene er lik totalmomentet.

For å sikre at konstruksjonen oppfører seg tilfredsstillende under brukslastene, bør de stripemomentene over støtte som legges til grunn for dimensjoneringen ha intensiteter som er tilnærmet lik den fordelingen momentene har ved en elastisk beregning. Dersom avviket er for stort, vil armeringen kunne komme til flytning for brukslastene, og gi større forskyvninger enn ønskelig. I [9], [10] er det gitt anvisninger på en hensiktsmessig og tilstrekkelig nøyaktig fordeling av momentene mellom felt- og søylestriper. I denne håndboken forutsettes fordelingen etter Tillegg A å avvike noe fra referanse [9]; det kan gi en bedre tilpasning til en mer nøyaktig momentfordeling.

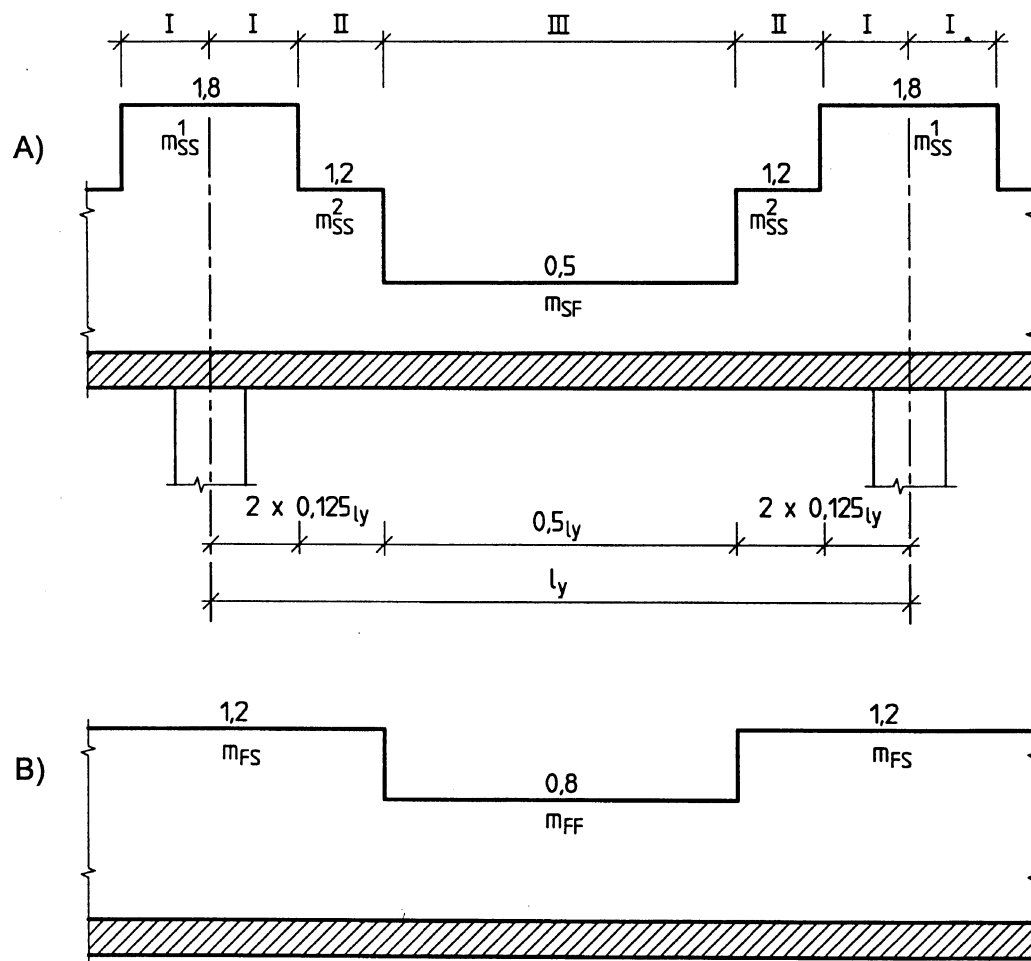
Som anbefalt i punkt 3 forutsettes platen momentstivt forbundet med søylene. For innersøylene får dette ikke så stor betydning dersom den variable lasten ikke utgjør en vesentlig del av lasten. For randsøyler og hjørnesøyler er det nødvendig å ta hensyn til rammevirkningen, både for dimensjonering av platen og av søylen.

Figur 6 viser den forutsatte fordeling av momentene mellom søyle- og feltstriper. Feltstripens bredde er forutsatt til $0,5 \times$ spennvidden, og hver av søylestripene til $0,25 \times$ spennvidden vinkelrett på spennretningen. Summen av søylestripene i ett felt er altså $0,5 \times$ spennvidden. Momentintensitetene for hhv. støttemomenter og feltmomenter er vist på figuren. For å dimensjonere for støttemomentene i søylestripen (dvs. hovedsaklig av hensyn til armeringen) fordeles søylestripen over to deler med bredde $0,125 \times$ spennvidden på tvers, slik at det blir en fordeling som ligger nærmere virkelig momentintensitet bestemt etter elastisitetsteorien. For randfeltet forutsettes fordelingen tilsvarende, hvor 2. søylestripe (den ytre) som regel bortfaller pga. søylenes plassering i forhold til dekkekanten.

Med de angitte momentintensiteter i figur 6 blir momentsummen over støtte f. eks i x-retningen:

$\Sigma M_{sx} = [1,8 \times 0,125 \times 2 + 1,2 \times 0,125 \times 2 + 0,5 \times 0,5] M_s \times l_y / l_y = M_{sx}$ som gir kontroll på at momentsummen stemmer, dvs. summen av delmomentene er lik det totale støttemomentet.

For kontinuerlige plater beregnes momentene som for kontinuerlige bjelker/plater med feltvis belastning. I tillegg A er koeffisientene for lokalmomentene gitt for kontinuerlige plater, dvs, koeffisientene inneholder både fordelingen mellom felt og søylestripe, og innvirkningen av feltvis belastning.



Figur A viser fordelingen av støttemomentene i x-retning

Figur B viser fordelingen av feltmomentene i x-retning

Til figur A:

I gjelder Søylestripe 1 (Indre søylestriper)

II gjelder Søylestripe 2 (Ytre søylestriper)

III gjelder Feltstripe

Figur 6 : Fordeling av momenter mellom felt- og søylestriper i x-retning

Dimensjonerende momenter over søyler

Beregning av momentene forutsetter som regel at spennvidden settes lik avstanden mellom søylesentrene. Det vil gi en liten tilleggssikkerhet å bruke disse momentene for å dimensjonere området rundt søylen. Det anbefales imidlertid å følge dette, med mindre søylen har store dimensjoner,

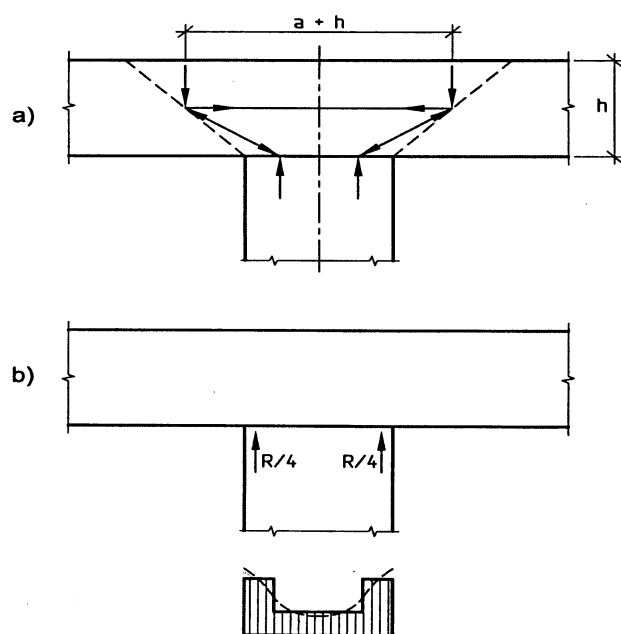
eller det er behov for å påvise kapasiteten for et eksisterende dekke, eller for å begrense armeringsmengden til et minimum. I tillegg til dette skal det påpekes at enhver beregning av momentfordelingen forblir tilnærmet. Dersom momentet benyttes uten reduksjon over søylen er det

ikke nødvendig å ta hensyn til en økning i strekket pga. skjærkraften (forskyvning av strekkraftlinjen). Dersom det er stiv forbindelse mellom søyle og dekke, kan momentet ved søylekanten velges som dimensjonerende for området. Dersom dekket er lagt opp fritt på søylen vil momentet midt over søylen være avgjørende.

Støttemomentene kan imidlertid reduseres med følgende resonnement: De dimensjonerende momenter over søylene er i en tilsvarende situasjon som ved opplegg på en vegg, bortsett fra at søylen bare har en begrenset utstrekning mellom søyler som står vinkelrett på spennretningen. Momentene reduseres ved at den motkraft som søylen utgjør er fordelt, dvs. ikke som en knivlast midt i søyleaksen. Det er i litteraturen foreslått flere måter å redusere momentintensiteten over søyle : Enten ved å anta at kraften fra søylen mot platen er ulikt fordelt, og med konsentrasjon langs randen av søylen, eller ved å anta en lastflate som er større enn søyletverrsnittet. NS 3473 angir den siste metode, og angir at det kan forutsettes en lastflate på $(a + 2 \times d)$. I [14] er det anbefalt at lastflaten kan settes til $(a + h)$, dvs. man går $h/2$ til hver side, se figur 7 som illustrerer de to modellene. Dersom lasten ved modell a) forutsettes avgitt til søylen i halv platehøyde kan det settes opp et lokalt likevektssystem som angitt på figuren. For å få et komplett likevektssystem vil det oppstå en strekkraft i platen, som antydnet. Denne blir vanligvis neglisjert. Det anbefales derfor ikke å bruke større verdi enn $(a + h)$ som sidekant i lastarealet for å beregne momentreduksjonen. Modell b) er trolig nærmere virkeligheten; målinger tyder på det. Det tilsvarer at spennvidden blir mindre for søylestripen, og følgelig kan momentet for søylestripen reduseres. Imidlertid behøver ikke sluttresultatene fra modell a) og b) å bli mer forskjellige enn at begge modeller kan brukes.

Dersom momentet reduseres på denne måten skal det tas hensyn til hvor maksimalmomentet opptrer; dersom det ligger innenfor søyletverrsnittet vil strekket i lengdearmeringen ved søylekant økes pga. skjærkraften.

Ved beregning av reduksjon av støttemomentet hvor tverrkontraksjonen inngår, bør denne settes lik null fordi platen har sitt maksimale strekk over søylene i begge retninger. Tverrkontraksjonen går mot null i tverrsnittets strekksone.



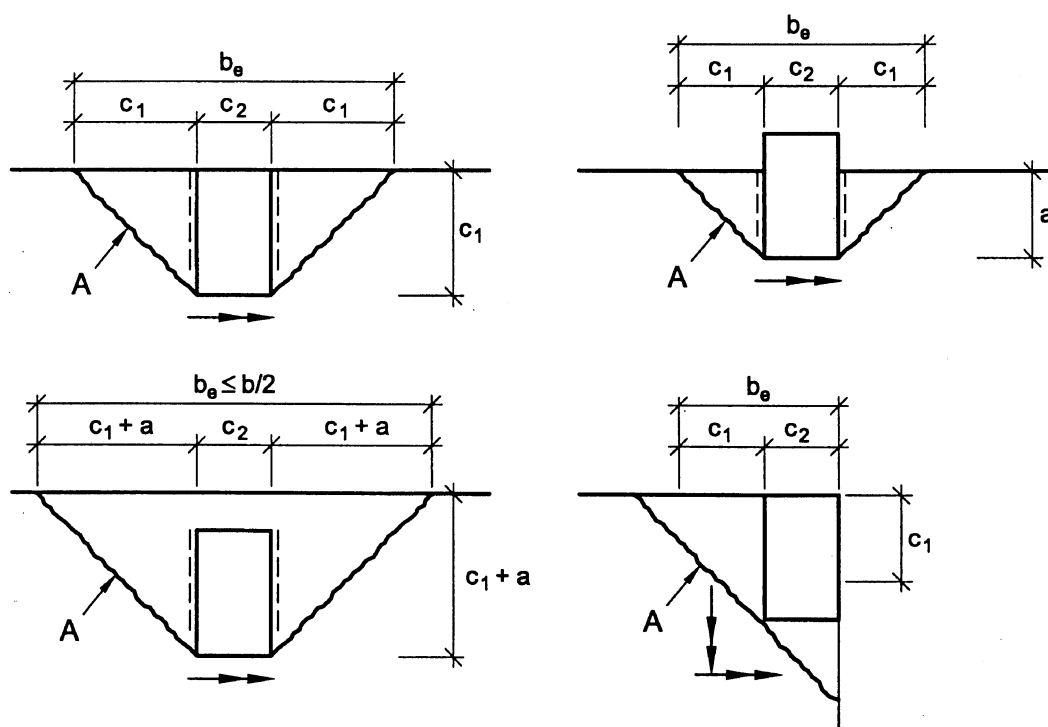
- a: Modell med antagelse om øket areal ved lastinnføring mellom plate og søyle
- b: Modell ved antagelse om konsentrasjon av oppleggstrykket i søyletverrsnittets periferi (kvadratisk søyle)

Figur 7 : To antagelser for kraftforløpet ved overgang dekke/plate

Påvisning av momentkapasiteter ved rand- og hjørnesøyler

Påvisningen vil omfatte plate og søyle separat. For søyletverrsnittet er geometrien gitt, for platen er det nødvendig å fastlegge en dimensjonerende platebredde som er representativ for situasjonen for trykkbruddpåvisningen. I [14] er det gitt en anbefaling for hvilke bredder det kan regnes med. Figur 8 viser de aktuelle situasjonene.

For strekkbruddpåvisningen gjelder den armeringen som går fra plate ned i søylen. Generelt kan det være ulikt behov i de to delene pga. forskjellen i tverrsnittsarealene med tilhørende indre hevarm, og at søylen har aksialtrykk fra platen. Det fører til at det vanligvis er platen som dimensjonerer denne armeringen.



A illustrerer antatte flytelinjer

Fig. 8 : Anbefalte beregningmessige betongbredder ved momentoverføring plate-søyle [15]

4.3.2 Dimensjonering for momentene

Med momentene beregnet etter anvisninger gitt i tillegg A er momentfordelingen nær en fordeling etter elastisitetsteorien. Dimensjoneringen vil da gi armeringsarealer som tilsvarer dette, og det er ikke nødvendig med merkbar flytning i armeringen for å få momentene fordelt.

Beregningen følger den normale prosedyre, dvs. først påvisning for trykksonen. Generelt gjelder :

$$M_{cd} = m_c f_{cd} b d^2 \text{ (kNm)} \text{ hhv. } m_{cd} = m_c f_{cd} d^2 \text{ (kNm/m)}$$

hvor m_c er momentkoeffisienten.

Med et forenklet spenningsdiagram i trykksonen (konstant over 0,8 x trykksonehøyden) blir verdiene for betong i fasthetsklasse C25-C55 for to karakteristiske ståløyninger hhv. $\epsilon_s = 2,5$ o/oo, som representerer et balansearmert tverrsnitt for stål med flytegrense 500 N/mm², og $\epsilon_s = 5$ o/oo som representerer et underarmert tverrsnitt, som følger:

a) $\epsilon_s = 2,5$ o/oo

$$m_c \cong 0,36, \quad z_d = 0,77 d, \quad z'_d = [1 - 0,23 m_f / m_{cd}] d$$

$$b) \quad \varepsilon_s = 5,0 \text{ o/oo}, \quad m_c \approx 0,28, \quad z_d = 0,83 d, \quad z'_d = [1 - 0,17 m_f/m_{cd}]d$$

hvor z_d er indre momentarm for fullt utnyttet tverrsnitt på trykk (dvs. min. z'_d) og generelt $z'_d = [1 - (1 - z_d/d)m_f/m_{cd}]d$ hvor z'_d er hevarmen for et tverrsnitt ikke fullt utnyttet i trykksone.

Velger her å basere momentkapasiteten på : $M_{cd} = 0,30 f_{cd} b d^2$ (3)
for å påvise at tverrsnittshøyden er tilstrekkelig. Det tilsvarer følgende verdier, som sikrer en duktil bruddform:

$$\varepsilon_s = 1,75 \varepsilon_{sy} = 4,4 \text{ o/oo}, \quad z_d = 0,822 d, \quad (4)$$

$$z'_d = [1 - 0,18 m_f/m_{cd}]d \quad (5)$$

Det vil forøvrig være vanlig at trykksoneens kapasiteten langt overskrider behovet, for å sikre tilstrekkelig skjærkraftkapasitet hhv. for å sikre at platen ikke får for store forskyvninger i bruksgrensetilstanden. Det er vanligvis ikke aktuelt å benytte trykkarmering i platen. Armeringsarealene bestemmes med:

$$A_{sn} = m/f_{sd} z'_d, \text{ med } f_{sd} = f_y/\gamma_s$$

4.3.3 Beregning av dimensjonerende skjærkrefter

Generelt vil skjærkraften (lastvirkningen) langs det dimensjonerende snitt variere. Også kapasiteten kan variere, avhengig av lengde av sidekanter, armering i snittet og om det eventuelt er utsparinger som reduserer tverrsnittet. Det er derfor prinsipielt riktig å se på skjærstrømmen, der det er vanlig å betrakte summen av sidekantene i det dimensjonerende snitt, med mindre det er store ubalanserte momenter i begge retninger, som nærmere angitt nedenfor.

I P 12.3.5.5 er det angitt at skjærkraften langs det dimensjonerende snitt kan beregnes etter teorien for elastiske plater. En nøyaktig beregning av skjærstrømmen kan for eksempel gjennomføres med en FEM beregning, hvor det også kan tas hensyn til lasttilfelle med en sjakkbrettfordeling av den variable lasten. Dette vil kun være nødvendig i spesielle tilfelle, som for eksempel en etterregning,.

En forenklet beregning kan gjennomføres ved først å anta full last for alle felt uten hensyn til innspenning i søyler eller kontinuiteten av platen. Det gir skjærkraft lik $0,25 V_f$ på hver sidekant i dimensjonerende snitt dersom sidekantlengdene ikke er for forskjellige (last som ligger innenfor dimensjonerende snitt kan fratrekkes). Dersom den betraktete søyle har like spennvidder og like lagerforhold i hver av retningene (dvs. full symmetri i hver av retningene) gir dette skjærstrømmen $t_{tv} = 0,25 V_f/b$, hvor b er sidekantene i det dimensjonerende snitt. Ved usymmetri i lagerbetingelser eller spennvidder i én eller begge retninger oppstår et ubalansert moment, som ved innspenning i søylen fordeler seg mellom søyle og plate.

Det ubalanserte momentet bestemmes av rammevirkningen, dvs. stivhetsforholdet mellom plate og søyler og overføres delvis som et direkte moment, delvis via skjærkrefter. De skjærkreftene som overfører momentet utgjør et kraftpar, dvs. kreftene øker skjærintensiteten (skjærstrømmen) på en del av det dimensjonerende snitt og reduserer intensiteten på andre deler av snittet. Summen av skjærstrøm fra momentet forblir lik 0.

Nedenfor er vist hvordan dette kan tas hensyn til etter 2 metoder, som har ulike grader av forenkling og kompleksitet i gjennomføringen.

Hvis det er forskjell i spennvidde mellom x- og y-retning og eller forskjell mellom sidekantlengdene i dimensjonerende snitt vil det føre til at skjærstrømmen ikke blir jevnt fordelt langs det dimensjonerende snitt. Denne virkning er imidlertid merkbart mindre enn virkningen av et ubalansert moment på grunn av usymmetri i samme retning, som skal føres inn i søylen.

P 12.3.5.6 angir at kapasiteten skal beregnes for hver retning uavhengig av hverandre dersom forskjellen i kapasitet mellom de to retningene er større enn 1,25. Dette tallet forekommer høyt, da det krever en omfordeling av skjærstrømmen mellom sidekantene.

For å være i samsvar med P12.3.5.5 vil det være riktig å betrakte sidene i det dimensjonerende snitt hver for seg, og påvise at kapasiteten for vedkommende side er større enn lastvirkningen for samme side. Et skjærbrudd er et sprøtt brudd, spesielt hvis det ikke er skjærarmering: En kan derfor ikke forvente at en overbelastet sidekant uten videre skal føre skjærkraft til de øvrige sider.

Hvis det er ubalanserte momenter i begge retninger bør den sidekanten som har maksimal skjærkraftintensitet undersøkes for eksempel for skjærkraften over halve sidekantlengdene.

Det minnes om at det skal tas hensyn til at det kan være forskjell i kapasitet mellom de ulike sidekanter i det dimensjonerende snitt.

For øvrig vises til eksemplene i Tillegg E mht. bruk av ovenstående anvisninger.

Metode etter NS 3473 m.v.

Skjærstrømmen rundt den enkelte søyle setter seg som angitt sammen av skjærstrømmen fra den jevnt fordelte lasten t_v + skjærstrømmen fra kontinuitet/innspenningen, (Tillegg B viser hvordan beregning av skjærstrøm fra kontinuiteten for ulike søyleplasseringer gjennomføres).

Momentoverføringen forutsettes å skje med en lineært varierende skjærkraft. Følgende uttrykk er gitt :

$$M^V_X = M_f / (1 + b_y/b_x) = M_f k_{M,X} , \quad (6)$$

$$k_{M,X} = b_x / (b_x + b_y) \quad (7)$$

Her er :

b_y er lik lengden av sidekanten i det dimensjonerende snitt som er parallelt med momentvektor
 b_x er lengden av sidekanten vinkelrett på b_y .

Resten av momentet dvs.

$$M^M = M_f b_y / (b_x + b_y) \quad (8)$$

skal innføres til søyle som moment ev. torsjonsmoment langs to sider av dimensjonerende snitt.

Momentet M^V skaper skjærspenninger, som f.eks i x-retning kan skrives:

$$\tau_{M,x} = M^V_X / I^V_X / x \quad (9)$$

Her er I^V lik arealtregghetsmomentet av skjærarealet og I^V_X/x lik hva som betegnes som tverrsnittsmodule for skjær. x er avstanden fra tyngdepunktet i skjærarealet til det punkt som undersøkes. I Tillegg B er disse systemstørrelser bestemt for innersøyler, randsøyler og hjørnesøyler.

Total formell skjærstrøm blir dermed:

$$(\tau_v + \tau_M)t \quad (10)$$

Metode etter tysk standard DIN 1045-1: 2002

Metoden, som er gitt i [18], har følgende forenklede fremgangsmåte:

- Skjærkraften beregnes for alle søyler med full belastning;
- for hjørnesøyle tillegges 50 % på skjærkraften;
- for randsøyle tillegges 40 % på skjærkraften;
- for 1. innersøyle tillegges 5 % på skjærkraften.

Forutsetningen er at systemet er uforskyvelig, dvs. horisontalkreftene overføres ikke som momenter mellom dekket og søylene.

Metoden tar på en tilnærmet måte hensyn til at skjærstrømmen ikke er jevnt fordelt, som tilsvarer et ubalansert moment, ved at skjærkraften gjøres avhengig av søylens beliggenhet. Samlet øker ikke skjærkraften totalt for søylen, men intensiteten øker kraftig på enkelte av sidekantene, eller på deler av disse. Dette fremkommer direkte ved den metoden som er angitt i Tillegg B. Begge metodene illustrerer hvilken betydning usymmetri i systemet kan ha.

Denne tilnærmede metoden er merkbart enklere i bruk enn den metoden som er angitt i NS 3473 og vist i Tillegg B.

4.3.4 Dimensjonering for skjærkreftene

P 12.3.5 gir reglene for dimensjonering av platen for skjærkrefter. For påvisning mot trykkbrudd benyttes den faktiske lastflate, dvs. søylearealet, for påvisning mot strekkbrudd benyttes en lastflate som angitt i NS 3473, figurene 7 og 8. Dersom det 1. dimensjonerende snitt og etterfølgende snitt ikke har tilstrekkelig kapasitet uten skjærarmering, er det nødvendig å påvise for neste dimensjonerende inntil kapasiteten er tilstrekkelig.

For strekkbrudd er kapasiteten uten skjærarmering gitt av P 12.3.2.1 :

$$V_{cd} = 0,3[f_{td} + k_A A_s / \gamma_c b_w d] d k_v \leq 0,6 f_{td} d k_v$$

For strekkbrudd med skjærarmering er kapasiteten i et snitt gitt med ($k_v = 1,0$):

$$V_{sd} + V_{cd} = (\Sigma f_{sd} A_{sv} \sin \alpha) + 0,3[f_{td} + k_A A_s / \gamma_c b_w d] d \leq (\Sigma f_{sd} A_{sv} \sin \alpha) + 0,6 f_{td} d$$

der α er vinkelen mellom skjærarmeringen og komponentens lengdeakse.
Utforming av skjærarmering er omtalt under punkt 6.

NS 3473 har en rekke detaljbestemmelser som ikke er gjengitt her. Det vises til P12.3 og PA12.3, og til anvendelsen av reglene i eksemplene i Tillegg E.

4.4 Bruksgrensetilstanden

4.4.1 Krav til påvisninger

Beregninger for bruksgrensetilstanden vil i første rekke omfatte beregning av platens forskyvninger (nedbøyninger). For flatdekker utomhus (noe aggressivt miljø) vil også påvisning av rissvidder være aktuelt. For flatdekker med hurtig varierende laster (dynamiske laster) vil dertil påvisning av dynamiske lastvirkninger kunne være aktuelt. Første trinn i en dynamisk beregning kan være en påvisning av egenfrekvensen til platen, og å sammenligne denne med de påførte laster (momenter) for å vurdere om den varierende lasten har betydning for bruken (eventuelt også for lastvirkningene i bruddgrensetilstanden). I denne håndboken vises kun beregning av nedbøyninger.

4.4.2 Grunnlag for nedbøyningsberegningen

Generelt vil nedbøyningsberegningen for flatdekker bare kunne gi tilnærmede resultater. Det skyldes hovedsaklig følgende forhold:

- a. Den nøyaktige momentfordeling vil være vanskelig å bestemme uten gjennom en ikke-lineær analyse som tar hensyn til rissdannelsen. Armeringsretningene vil generelt avvike fra hovedmomentene. Den momentfordelingen som forutsettes med en stripemetode forblir en tilnærmelse.

- b. Stivheten er i stor grad avhengig av rissdannelsen. Å beregne hvor riss oppstår på grunnlag av en antatt strekkfasthet i betongen er usikker, selv om det kan gi en tilnærmet avgrensning mellom rissede og urissede områder. Dette forholdet kompliseres ved at bevegelige og gjentatte laster kan endre momentfordelingen, og dermed også riss-situasjonen (nye moment-nullpunkter).

Beregningen kompliseres ytterligere pga. betongens medvirkning mellom rissene, som reduserer armeringstøyningene.

M.h.t rissdannelsens betydning for stivheten skal følgende bemerkes : For tynne plater, dvs. plater med små spennvidder, vil det vanligvis være områder som ikke har bøyingsriss. Stivheten for disse områdene vil være vesentlig større enn for de rissede partier. Beregnede nedbøyninger på grunnlag av stivheten for det rissede tverrsnitt vil da kunne bli merkbart større enn virkelige nedbøyninger. For flatdekker med normale spennvidder, dvs. i området 5 -7 m må det forventes at utnyttelsen er slik at det oppstår bøyingsriss. For forenklete beregningsmetoder vil det være rimelig å anta opprissing hvor betongen har strekk, dvs. over hele spennvidden. Det vil gi noe større beregnede nedbøyninger enn de virkelige. Med de forenklinger som gjøres for å beregne nedbøyningen, herunder også den forutsatte momentfordeling mellom søylestriper og feltstriper, synes det fullt berettiget å basere stivhetsberegningen på antagelsen om bøyingsriss over hele platen. Det vil oppstå bøyingsriss der krumningen er størst, dvs. der hvor nedbøyningsbidragene er størst. Generelt skal det tas hensyn til svinntøyninger. Imidlertid dersom svinntøyningen neglisjeres vil det redusere feilen ved å neglisjere betongens medvirkning mellom rissene da disse virkninger går i motsatt retning. Dette gjelder også ved å neglisjere den effekten forskyvning av strekket i lengdearmeringen som skjærkraften forårsaker.

Den enkle anvendelse av metoden som er utviklet i Tillegg D for beregning av nedbøyninger fra egenlast, forutsetter på dette grunnlag at stivheten beregnes for rissede tverrsnitt, hvor det tas hensyn til betongens krypning, og hvor betongens medvirkning mellom rissene og betongens svinn neglisjeres som motvirkende effekter.

Beregning av lastvirkningene kan baseres på samme forutsetninger som for bruddgrensetilstanden, dvs. det blir en skalering av lastvirkningene, hhv. bruke de samme momentkoeffisienter.

Med de usikkerhetene som ligger i beregningen er det berettiget å benytte en tilnærmet, enkel metode som kan gi riktig størrelsesorden på forskyvningene.

4.4.3 Hovedmodel for beregning av nedbøyningen

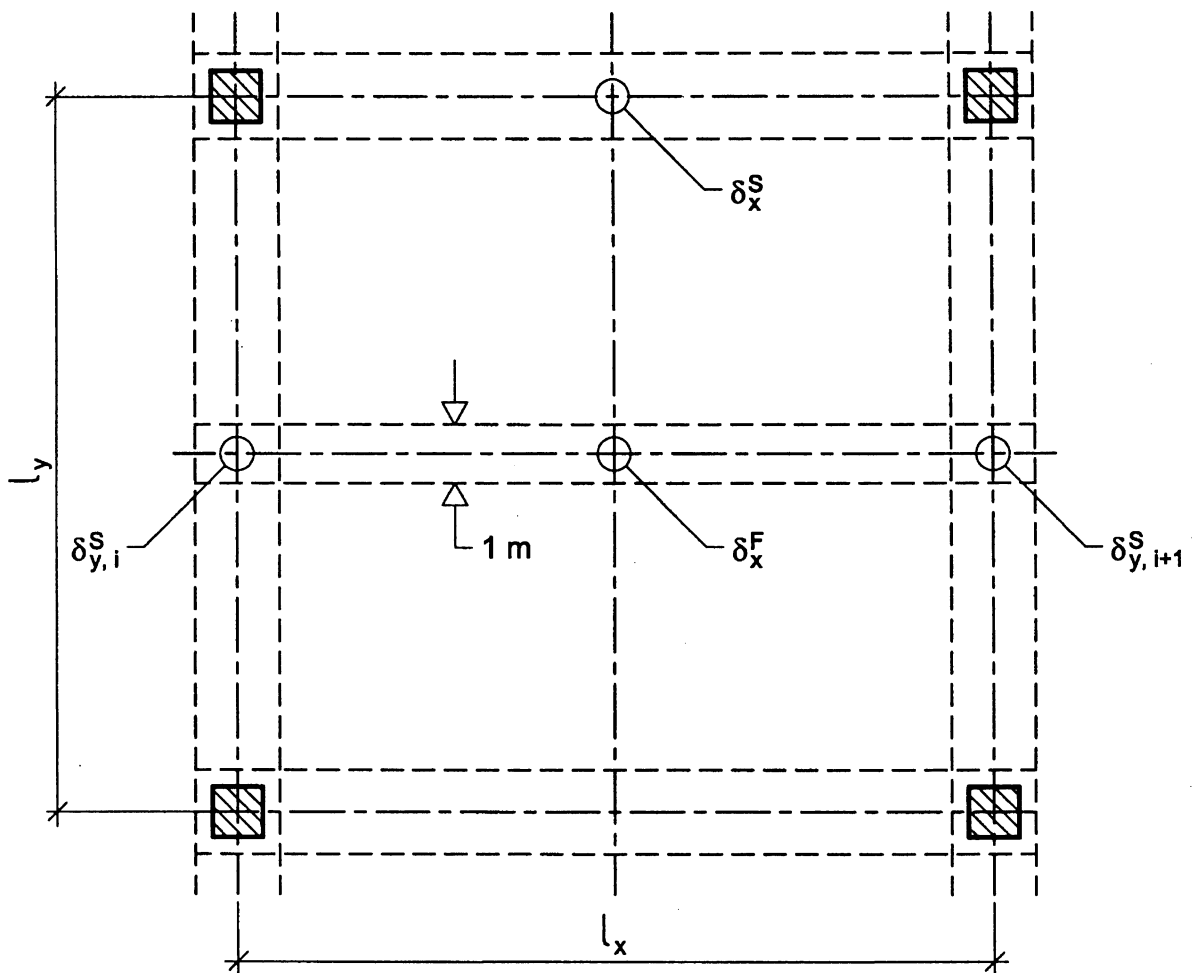
Nedbøyningen i platemidte kan tilnærmet beregnes som summen av nedbøyningen i søylestripen i x-retningen og nedbøyningen i feltstripen i y-retningen (δ_1), eller som summen fra søylestripen i y-retningen og feltstripen i x-retningen (δ_2) i platemidte:

$$\delta_1 = \delta^S_x + \delta^F_y \quad \text{og} \quad \delta_2 = \delta^S_y + \delta^F_x$$

På grunn av kontinuiteten i platen skal beregningsresultatet for helt symmetriske tilfelle bli det samme. Imidlertid med de nøyaktigheter og tilnærmede metoder som anvendes kan dette ikke forventes, dessuten vil det avhenge av det konkrete valg av armeringsintensiteter i de striper som inngår i beregningen. Et mer nøyaktig resultat oppnås ved å regne middelverdien:

$$\delta = (\delta_1 + \delta_2)/2 \quad (11)$$

Tillegg C gir anvisninger for beregning av stivhet og nedbøyninger, og Tillegg D gir en metode for tilnærmet å beregne nedbøyningen fra egenlast med lukkede løsninger.



Figuren illustrerer beregning av δ_2 . Hvis søylestripene i y-retning har forskjellige innspenningsforhold beregnes middelerdien av søylestripenes nedbøyning: $\delta_y^S = (\delta_{y,i}^S + \delta_{y,i+1}^S)/2$

Figur 9 : Modell for beregning av den største nedbøyningen i dekket

4.5 Krav til planhet av dekket

Ved konstruksjonsberegningen kan det settes krav til maksimale beregnede nedbøyninger. Kravet kan, i samsvar med NS 3490, referere til de tilnærmet permanente laster, til en hyppig forekommende lastsituasjon, eller til karakteristisk last, med forskjellige krav for tilstandene. Krav som refererer til de karakteristiske laster er et svært strengt krav, og vil normalt ikke være aktuelt. For å tilfredsstille nedbøyningskravet kan det forutsettes at dekket utføres med overhøyde, for å dekke en del av nedbøyningen. Krav til planhet av dekket vil som regel referere til kravene i NS 3420 [4], som er krav til utførelsen. Kravene i NS 3420 er uavhengig av krav til begrensning av dekkets nedbøyninger. Oppfyllelse av et spesifisert nedbøyningskrav vil derfor ofte ikke være tilstrekkelig til å oppfylle krav til planhet gitt i NS 3420. Dersom kravet til begrensning av nedbøyningene ikke tilfredsstiller planhetskravet er det behov for andre tiltak, dvs. det bør forutsettes at dekket skal sparkles for å oppfylle planhetskravet.

For konstruksjonsberegningen betyr dette at det er hensiktsmessig å forutsette en sparkling med tilhørende permanent last på dekket. Det kan være ofte være aktuelt med en lagtykkelse som varierer mellom 5 og 25 mm. Med tanke på at de største tykkelser ofte vil være i feltene kan det f.eks. antas ca. 20 mm som gjennomsnitt, som tilsvarer en permanent last i størrelsesorden 0,5 kN/m².

Merknad: NS 3465: Utførelse av betongkonstruksjoner [5], som er en norsk utgave av ENV 13670-1, erstatter NS 3420. Standarden inneholder informative krav til planhet av dekker. Hvis kravene skal gjøres gjeldende er det nødvendig å fastsette det i kontrakten. Siden nedbøyningen endrer seg over tid bør kravet til største nedbøyning hhv. krav til planhet være relatert til fastsatt last og tidspunkt.

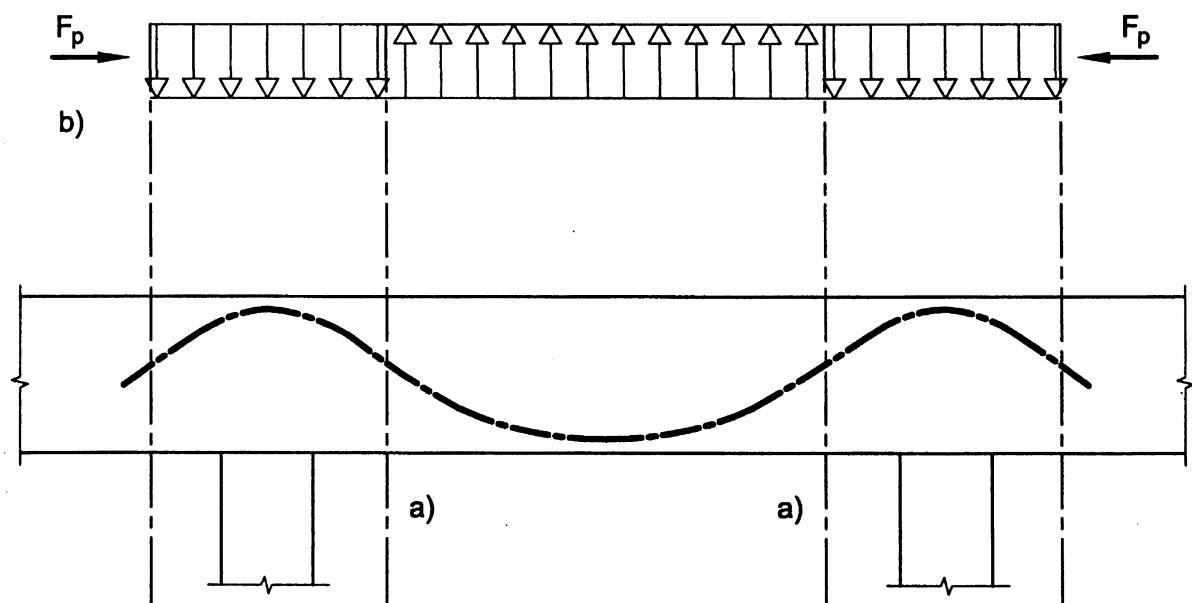
5. FLATDEKKER MED ETTERSPELT ARMERING

Spennarmering i flatdekker benyttes i en viss utstrekning, og er særlig effektiv for å begrense nedbøyningene. Etterspent armering kan utføres uten samvirke eller med samvirke (injisert). Det er vanlig at det ikke injiseres. Spennarmeringen har da ikke samvirke, og kan ideelt (dvs. hvis friksjon neglisjeres) antas å ha samme kraft i spennarmeringen i hele lengden mellom forankringene. Spennarmeringen ligger i slike tilfelle i spesielle kabelkanaler innsatt med et korrosjonsbeskyttende stoff, som regel fett.

I konstruksjonsanalysen kan spennkraften for flatdekker med fordel oppfattes som en last på konstruksjonen. Lasten består av ekvivalente vertikalkrefter, som beregnes på grunnlag av spennkabelens krumning og spennkraften, og horisontalkrefter fra spennkablenes forankringskrefter. Kraften i spennarmeringen øker utover oppspenningskraften. Økningen beregnes på grunnlag av en feltvis geometrisk betraktning hvor konstruksjonsdelen betraktes som stive legemer med konsentrerte flyteledd. Spennkraften har de vanlige tap pga. betongens kryp og svinn. Denne betraktningssåte kan benyttes både for brudd- og bruksgrensetilstanden.

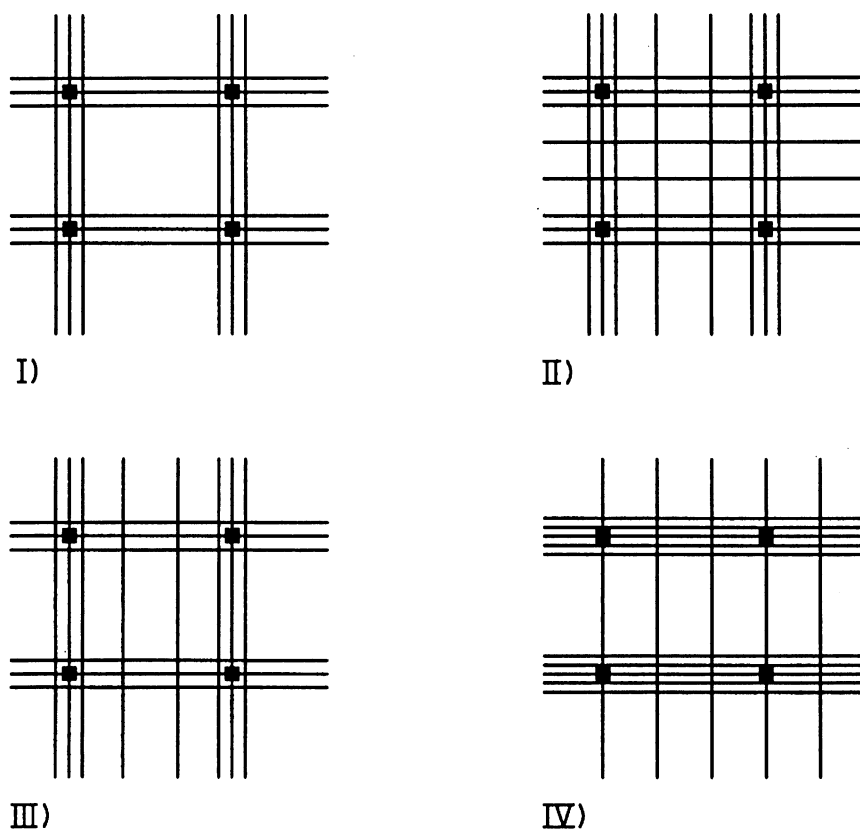
Spennarmeringen legges inn med kurvatur, hvor den ligger nederst i tverrsnittet i feltet og øverst i tverrsnittet over søylene. En typisk armeringsføring av spennkablene er vist i vertikalsnittet på Figur 10. Krumningen gir omlenkningsskrefter som i feltet virker motsatt av de ytre laster. Dette betegnes som lastbalansering i klassisk litteratur om spennbetongkonstruksjoner.

Plassering av spennarmeringen i horisontalplanet kan følge ulike mønstre. Ideelt sett burde spennarmeringen ligge fordelt mellom søyle- og feltstriper tilsvarende momentfordelingen. I Fig. 11 er dette vist på (II). Imidlertid er leggingen av en slik armering komplisert da armeringen krysser hverandre. Løsningene (III) og (IV) er noe enklere å utføre. Ikke minst der det er ulike spennvidder i de to retningene vil disse løsningene være gode der konsentrasjonen av spennarmeringen ligger i den lengste retningen. Tilfelle (I) er den enkleste som bare ligger i søylestripene. Denne løsningen påvirker derfor ikke forskyvningene i feltstripene. Det bør alltid legges inn ordinær armering i tillegg til spennarmeringen [15].



a) er snitt for kabelens infleksjon b) er ekvivalente krefter ved parabelformet kabelføring

Figur 10 : Vanlig vertikalkurvatur på spennarmering i kontinuerlige flatdekker



Figur 11 : Varianter for plassering av spennarmering i horisontalplanet [15]

6. KONSTRUKTIV UTFORMING

6.1 Lengdearmering

Det vil være hensiktsmessig å bruke rette armeringsstenger, hhv. armeringsnett. Oppbøyde stenger til hovedarmeringen fører til komplisert legging.

Ved ulik spennvidde bør lengste spennvidde ha armeringen lavest i feltet og høyest over støttene. Med samme spennvidde i begge retninger kan det veksles mellom hvor armeringen legges nærmest betongoverflaten.

Det er hensiktsmessig å ha en grunnarmering på over- og underside, og tilleggsarmering der behovet er tilstede. Grunnarmeringen i feltstripene kan for eksempel bestå av nett med tverrsnittsareal lik minimumsarmeringen (P18.2.2).

P18.4 krever at platen på undersiden ikke skal ha mindre armering enn 25 % av feltarmeringen i vedkommende retning i hele lengden. Det bør sørges for at minst to stenger fra feltarmeringen føres inn over søylene, se figur 10.

Ved fleretasjers plass-støpte bygg kan det være aktuelt å føre armeringsstengene fra søylen over to etasjer. Dersom søylearmeringen ikke er for tett vil det normalt ikke være vanskelig å få plassert dekkearmeringen mellom stengene fra søylen.

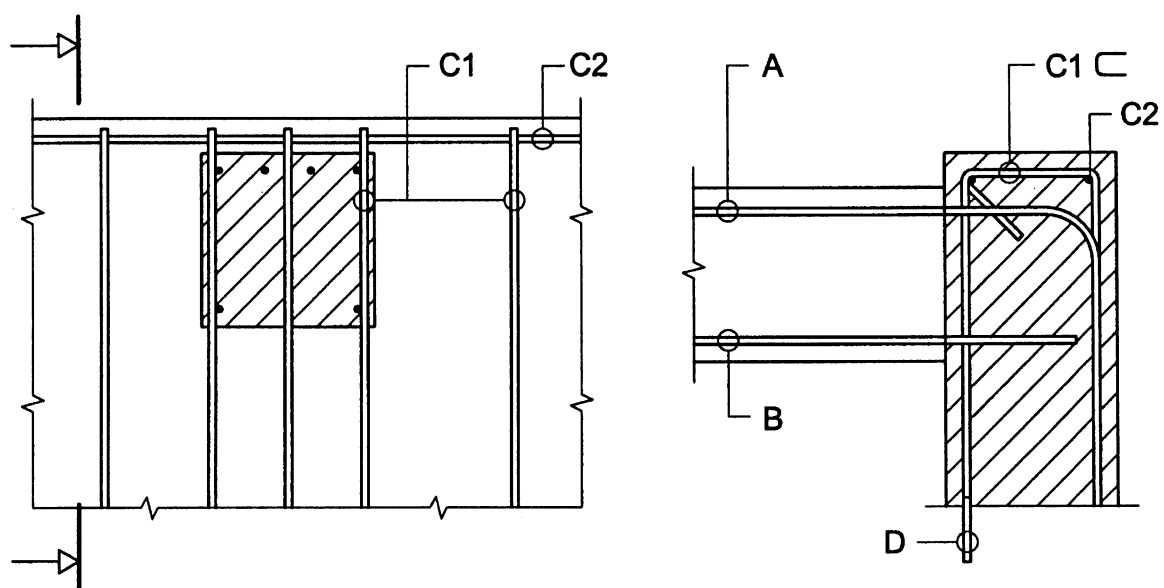
6.2 Skjærarmering

Det er ulike former å utforme skjærarmeringen på; med ordinær armering vil såkalte ryttere eller vertikale bøyer være hensiktsmessig. Fordelen med de skrå ryttere er at skjærrisset vil krysse armeringen tilnærmet vinkelrett på stengene, som derved er effektive for å begrense eventuelle skjærriss. Ryttere er også enkle å legge inn.

Det finnes en rekke spesielle systemer av stålkomponenter, deriblant patenterte systemer, som tilbys på markedet. Det er egentlig ingen grunn til at skjærarmeringen ikke skal bygges opp av ordinær armering, som gir et materialriktig og enkelt konsept i utførelse. Dersom det er behov for systemer med så stor kapasitet at ordinær armering ikke anses egnet tyder det på at platen er valgt for tynn.

6.3 Supplerende armering

I randsonen bør det anordnes en armering som avslutning på platen, se figur 10, som også angir armering for overføring av momentet mellom søyle og dekke. For hjørnesøyle blir løsningen tilsvarende, med armeringen i to lag. Den supplerende armeringen vil sikre at mindre men uungåelige torsjonsmomenter ikke fører til uakseptabel rissdannelse og for øvrig beskytte kanter og hjørner mot avskalling.



A er armering for momentoverføring mellom søyle og dekke
 B er søylearmeringen på trykksiden
 C er supplerende armering ved dekkeranden
 D er armering fra feltet (minst 25 % av armeringen i feltet)
 Øvrig dekkearmering ikke vist

Figur 12: Anbefalt avslutning av platerand med armering

TILLEGG A

TILNÆRMET METODE FOR BEREKNING AV MOMENTKOEFFISIENTER FOR REKTANGULÆRE SYSTEMER

A.1 Gyldighetsområde

For regulære systemer, dvs. hvor søylene ligger i et rektangulært eller tilnærmet rektangulært mønster se figur 5, og hvor spennviddene i hver av retningene tilfredsstiller betingelsen

$$l_{\min} > 0,7 l_{\max}$$

kan beregningen av momentene tilnærmet skje med de etterfølgende koeffisienter, som gjelder dersom det er minst tre felt i begge retninger. Dersom det er to felt vil beregningen skje som for plate over to felt. Med ett felt er systemet statisk bestemt, bortsett fra eventuell innspening i søylene (Se eksempel E.2). Med momentstive forbindelser mellom søyler og plate virker konstruksjonene som en ramme. Det er, som tidligere angitt, nødvendig å ta hensyn til denne innspenningen for rand- og hjørnesøylene. Beregningen skjer ved først å betrakte platen fritt opplagt på søylene, og deretter korrigere momentene i ytterfeltene p.g.a. innspenningen i de ytre søyler, som gir rammevirkningen.

Tabellverdiene er angitt for 6 snitt i stripene, slik det fremgår av Tabell A.1. Den relativt detaljerte inndelingen er for å få mest mulige realistiske lastvirkninger for beregning av nedbøyningene, da disse er merkbart forskjellige med de ulike lagerbetingelsene.

Figur A.1 gir en oversikt over fordeling av momentene i spennretningen (her y) og tvers på spennretningen (her x).

A.2 Betegnelser og definisjoner

Momentene i en platestripe setter seg sammen av momentet i platen betraktet som opplagt på faste understøttelser og av omfordelingen mellom platens ulike deler (striper) p.g.a at platen er punktformig understøttet.

Platen betraktet på faste understøttelser gir et totalmomentet over platebredden, forårsaket av permanente laster og variable laster: For x-retningen kan dette skrives $M_x = k_g g l_y l_x^2 + k_q q l_y l_x^2$. (A.1)

Størrelsen l_y er avstanden mellom søylesenter (platebredden) vinkelrett på spennretningen x. Koeffisienten k_g er momentkoeffisienten for permanent last jevn fordelt Koeffisienten k_q tar hensyn til den laststilling som gir det største momentet fra den bevegelige lasten for vedkommende snitt.

For å ta hensyn til at momentene fordeler seg mellom de ulike platestriper innføres faktoren k_k . Denne faktoren er basert på en tilnærming til elastisitetsteorien, som angitt i punkt 4.3. Den er som angitt også basert på empiriske verdier.

Ved å kombinere faktoren k_k med k_g , hhv k_q får en koeffisienten for den lokale momentintensiteten, k_{ii} , gitt med :

$$m_{ii,x} = k_k M_x / l_y = k_{ii,g} g l_x^2 + k_{ii,q} q l_x^2 \quad (A.2)$$

dvs. koeffisienten $k_{ii,g} = k_k k_g$ hhv $k_{ii,q} = k_k k_q$ dekker altså både momentfordelingen som funksjon av lastplassering og statisk system samt fordelingen mellom søylestriper og felt. Den betegnes her som "lokal momentfaktor".

Eksempelvis skrives feltmomentet i 1. søylestripe (dvs. indre) i x-retningen slik :

$$m^1_{FS,X} = [k_{FS,g} g + k_{FS,q} q] l_x^2$$

A.3 Tabellverdier

I tabell A.1 er de lokale momentfaktorer k_{ii} stilt sammen for felt- og søylestriper. Tabellen er basert på følgende forutsetninger :

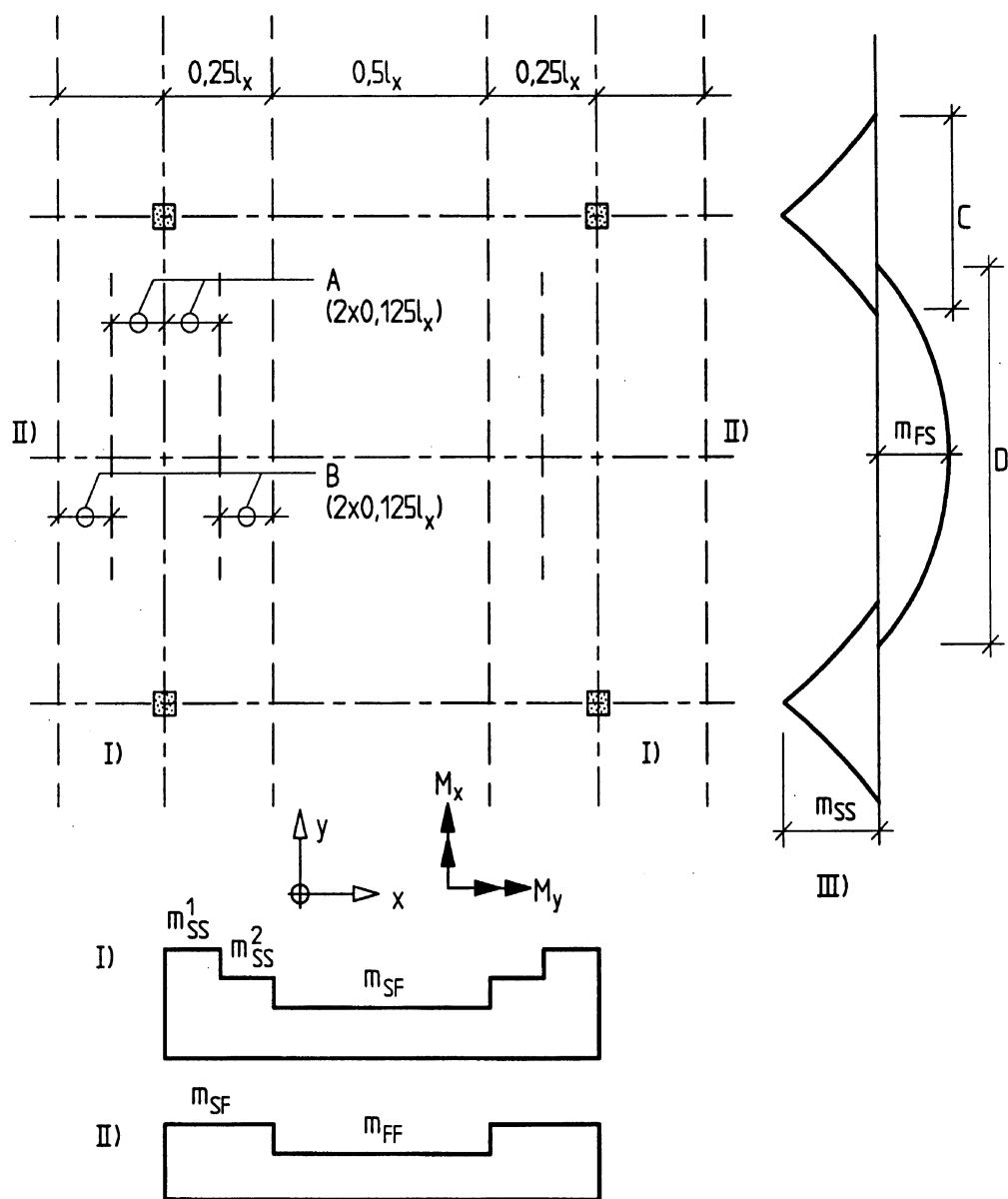
- 1) Lasten er jevnt fordelt
- 2) Det er minst tre felt i hver retning
- 3) Lokal momentfaktor fra variabel last er angitt for to situasjoner :
 - Lastsituasjon som gir de minste støttemomenter og de største feltmomenter (k_{q1})
 - Lastsituasjon som gir de minste feltmomenter, og de største støttemomenter (k_{q2})

Det minste støttemoment hhv. minste feltmoment refererer til den absolutte størrelse, dvs. med momentets fortegn.

Eksempler på bruk av betegnelser i tabell A.1

$m^1_{FS,X3} = m^1_{FS,3}$ er feltmomentet i Søylestripe 1 (indre) i snitt x_3

$m_{SF,Xi} = m_{SF,i}$ er støttemomentet i Feltstripen i et vilkårlig snitt $i > 4$ i x-retning, hvor i er et partall.



A: Indre Søylestriper B: Ytre Søylestriper
 I: Fordeling av m_y -støttemomenter i x-retning
 II: Fordeling av m_y -feltmomenter i x-retning

C: Område for støttemomenter
 D: Område for feltmomenter

Figur A.1 : Fordeling av momenter i spennretning (y) og tvers på spennretning (x)

Tabell A.1: Koeffisienter for bestemmelse av lokal momentintensitet

Felt	Søylestripe 1				Søylestripe 2				Feltstripe			
	m _{ii}	k ^{S1} _g	1) k ^{S1} _{q1}	2) k ^{S1} _{q2}	m _{ii}	k ^{S2} _g	1) k ^{S2} _{q1}	1) k ^{S2} _{q2}	m _{ii}	k _g	k _{q1} ₃₎	k _{q2} ₄₎
Endefelt	m ¹ _{FS,1}	0,0936	0,120	-0,023	m ² _{FS,1}	0,0936	0,120	-0,023	m _{FF,1}	0,0624	0,080	-0,0152
1.Innerst.	m ¹ _{SS,2}	-0,193	-0,218	0,0234	m ² _{SS,2}	-0,1284	-0,1452	0,0156	m _{SF,2}	-0,0535	-0,061	0,0065
2. Felt	m ¹ _{FS,3}	0,0432	0,096	-0,054	m ² _{FS,3}	0,0432	0,096	-0,054	m _{FF,3}	0,0288	0,064	-0,036
2.Innerst.	m ¹ _{SS,4}	-0,142	-0,200	0,0576	m ² _{SS,4}	-0,0948	-0,133	0,0384	m _{SF,4}	-0,0395	-0,0555	0,016
Felt i	m ¹ _{FS,i}	0,0552	0,1082	-0,054	m ² _{FS,i}	0,0552	0,1032	-0,054	m _{FF,i}	0,0368	0,0688	-0,036
Støtte i	m ¹ _{SS,i}	-0,142	-0,200	0,0576	m ² _{SS,i}	-0,0948	-0,133	0,0432	m _{SF,i}	-0,0395	-0,193	0,018

1) k_{q1}^{S1} og k_{q1}^{S2} gjelder for hhv. største feltnmoment og minste støttemoment i søylestripen fra bevegelig last

2) k_{q2}^{S1} og k_{q2}^{S2} gjelder for hhv. minste feltnmoment og største støttemoment i søylestripen fra bevegelig last

3) k_{q1} gjelder for hhv. største feltnmoment og minste støttemoment i feltstripen fra bevegelig last

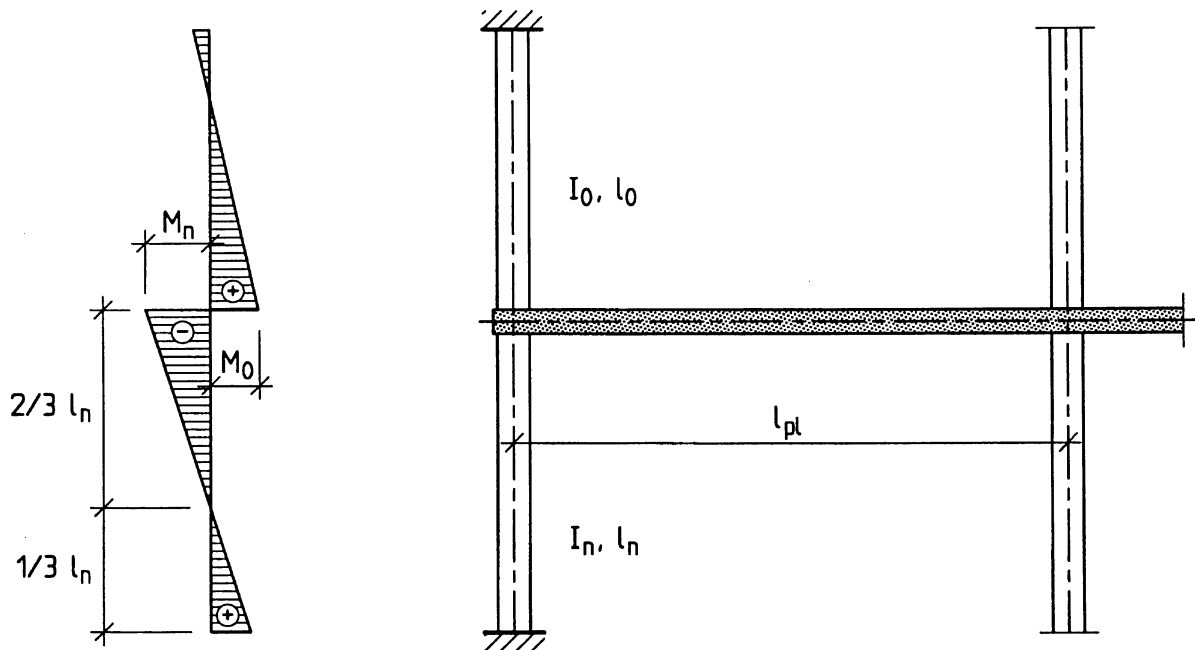
4) k_{q2} gjelder for hhv. minste feltnmoment og største støttemoment i feltstripen fra bevegelig last

Betegnelse: m_{SS} Stripe (her søylestripe)
 Moment over hhv. støtte (S) eller i felt (F)

Merk: ”Største” og ”minste” moment referer til momenverdien med fortegn.

A.4 Korreksjoner for innspenning i rand- og hjørnesøyle

Momentkoeffisientene i tabell A.1 for 1. felt er basert på at platen er fritt opplagt på yttersøylene. Som angitt tidligere er søylene vanligvis innspent i platen, slik at konstruksjonen får en rammevirkning. Figur A.2 illustrerer situasjonen.



Figur A.2 : Illustrasjon av tilnærmet beregning av momenter p.g.a. rammevirkningen

Fastinnspenningsmomentet fordeles etter stivhetene av komponentene som treffer sammen i knutepunktet. For full innspenning (Ved ledd skal det tas hensyn til det):

$$M_o = -M_{pl}^{(0)} (I_o/l_o) / (I_o/l_o + I_n/l_n + I_{pl}/l_{pl}) \quad (A.3)$$

$$M_n = M_{pl}^{(0)} (I_n/l_n) / (I_o/l_o + I_n/l_n + I_{pl}/l_{pl}) \quad (A.4)$$

$$M_{pl} = M_{pl}^{(0)} - M_{pl}^{(0)} (I_{pl}/l_{pl}) / (I_o/l_o + I_n/l_n + I_{pl}/l_{pl}) = M_n - M_o \quad (A.5)$$

Merk at $M_{pl}^{(0)}$ er definert som en negativ størrelse, og at hjørnesøylene får momenter i begge retninger, dvs. to-akset bøyning.

Stivhetsverdiene for søylene er gitt av geometrien, under forutsetning av at de bestemmes for betongtverrsnittet alene, betraktet som homogent materiale.

For å kunne bestemme momentene trengs dessuten:

- Den effektive platestivheten (I_{pl}/l_{pl})
- Fastinnspenningsmomentet $M_{pl}^{(0)}$

Platestivheten (I_{pl}/l_{pl})

Den effektive (medvirkende) platebredde er avhengig av forholdet mellom søylebredden vinkelrett på spennretningen (b_s) og platespennvidden i samme retning.

I [9] er det angitt som en tilnærmet verdi for bruk i bruddgrensetilstanden:

$$b_{pl,eff} = k_b \min l_2 \quad (A.6)$$

hvor $\min l_2$ betegner den minste av spennviddene vinkelrett på det betrakte felt.
Størrelsen k_b er angitt med følgende verdier :

$$\begin{aligned} - \quad 0 < b_s/l_2 < 0,05: & \quad k_b = 0,4 \\ - \quad 0,05 < b_s/l_2 < 0,20: & \quad k_b = 0,2 + 4b_s/l_2 \\ - \quad b_s/l_2 > 0,20: & \quad k_b = 1,0 \end{aligned} \quad (A.7)$$

b_s er søylebredde og l_2 er platebredde vinkelrett på spennretningen.

Derved kan effektiv platestivhet bestemmes.

Fastinnspenningsmomentet ($M_{pl}^{(0)}$)

I [9] er også fastinnspenningsmomentet angitt som funksjon av b_s/l_2

$$M_{pl}^{(0)} = k^{(0)} s_f b_L l_1^2 / 12 \quad (A.8)$$

hvor s_f betegner sum bruddgrenselast, og b_L lastbredden vinkelrett på det betrakte spenn.

For faktoren $k^{(0)}$ er det angitt følgende uttrykk :

$$k^{(0)} = 0,5 + 3b_s/\min l_2 \quad (A.9)$$

Med disse verdier kan fastinnspenningsmomentet etter [9] bestemmes.

Alternativ beregning av fastinnspenningmomentet

En enkel fremgangsmåte, som er benyttet i eksempel E.2, og som ga tilfredsstillende overensstemmelse med [9] og [17] er å forutsette at innspenningsmomentet bestemmes av søylestripenes stivhet alene. For randsøyler vil det bety en platebredde på 0,25 x spennvidden på tvers av det betrakte felt, for innersøyler det dobbelte, se eksempel E.2.

Endelige søyle- og feltmomenter

Søylemomenter og momentintensitet av plate ved søyle bestemmes med formlene som angitt ovenfor. På grunn av plateinnspenningen i søylene blir feltmomentet i platen redusert. Denne reduksjonen kan tilnærmet antas lik 0,5 x M_{pl} dersom det gjelder endefeltet i ett kontinuerlig flatdekke, dvs. det korrigeres bare fra yttersøylene innspenning.

Reduksjonen trekkes fra feltmomentet i søylestripene, dvs. det gir en reduksjon i momentintensiteten lik

$$m_{FS,red} = 0,5 M_{pl}/0,25l_2 \text{ pr. søylestripe} \quad (A.10)$$

Eksempel E.2 behandler et slikt tilfelle.

TILLEGG B

MOMENTOVERFØRING FRA PLATE TIL SØYLE VED SKJÆRKREFTER

B.1 Generelt

NS 3473 angir ikke hvordan tverrsnittskonstantene som bestemmer skjærstrømmen fra momentet skal beregnes; dette er ansett som håndbokstoff. I [6] angis formler for de 3 forekommende tilfelle for rektangulære søyletverrsnitt samt for sirkulær søyle. B. Vik har senere i ulike kurs for Den Norske Ingeniørforening bl.a. vist anvendelsen i eksempler. I det etterfølgende er det vist en generell formelutvikling som bygger på [6], og som samsvarer med den fremstillingen som er vist f.eks. i [12].

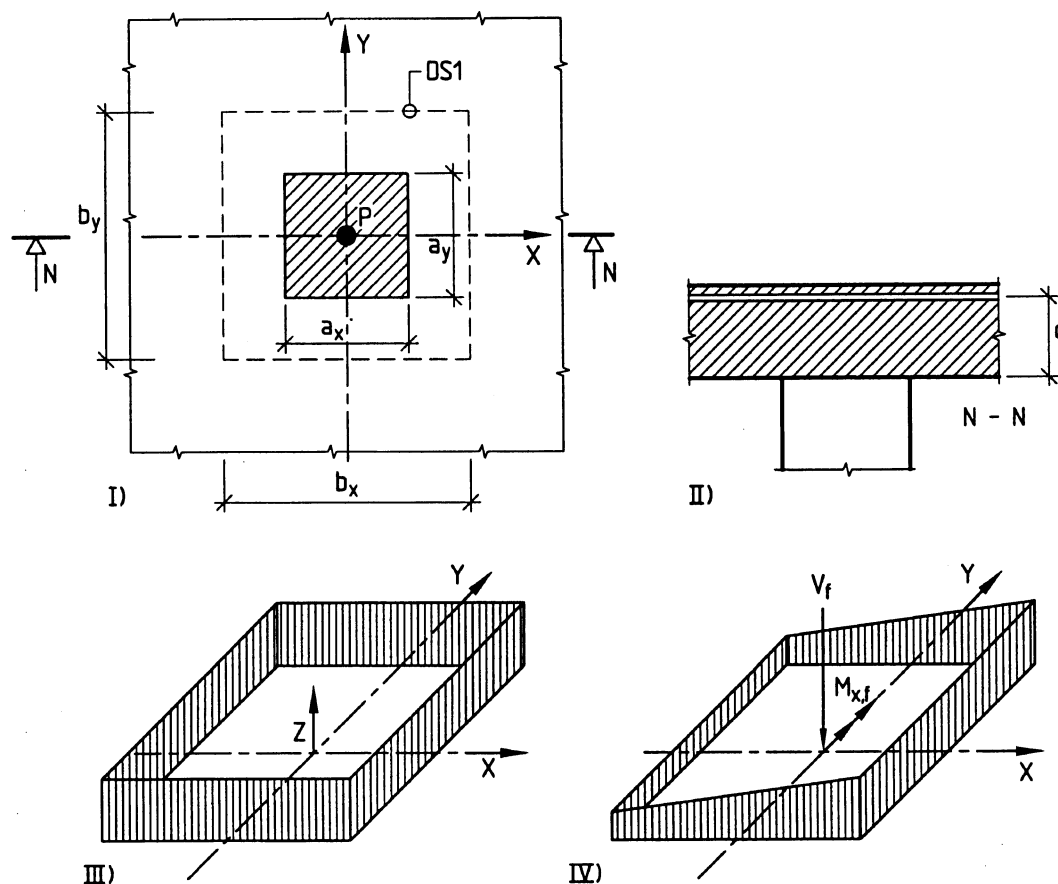
Det skal bemerkes at skjærstrømmen fra momentet her forutsettes lineært fordelt. Det kan alternativt antas en avsnittsvis konstant fordeling.

I punkt B.4 er vist hvilke delmomenter, M^V og M^M , det skal regnes med ved den lokale kraftoverføringen mellom plate og søyle, hvor M^V forårsaker en skjærstrøm, se 4.3.3.

B.2 Tverrsnittskonstanter

B.2.1 Innersøyle

I Figur B.1 viser I) de geometriske forutsetninger, II) viser det skjærareale som aktiviseres for overføring av momentet M_x^V og IV) de skjærspenningene som oppstår fra (ordinær) skjærkraft V + skjærspenningene fra momentet M_x^V



I) Geometriske forutsetninger, II) Snitt, III) Skjærareal, IV) Skjærspenninger i DS1
DS1 = Det 1. dimensjonerende snitt

Figur B.1 : Forutsetninger for beregning av tverrsnittskonstanter for innersøyler

Etter 4.3.3 er skjærspenningen med et ubalansert moment M_x i 1. dimensjonerende snitt :

$$\tau = F/ud + M_x^V/(I_x^V/x) \text{ eller uttrykt som skjærstrøm over høyden } d : v = F/u + [M_x^V/(I_x^V/x)]d$$

Hvor :

I_x^V er arealtrehetsmomentet om y-y akse for arealet ($2b_y d$) mht. bøyning + det polare arealtrehetsmomentet for arealet ($2b_x d$) mht. torsjon (se senere om dette).

x er løpende koordinat fra senter av skjærarealet til det betraktete punkt. Minimalverdien av $I_x^V/x = \min W_x^V$ gir maksimalverdien av skjærspenning i snittet for $x = b_x/2$ hhv. $y = b_y/2$ for et M_y -moment.

Tverrsnittskonstantene blir :

$$u_0 = 2(b_x + b_y) \text{ og } A^V = 2(b_x + b_y)d \quad (B.1)$$

$$I_x^V = I_{YY} + I_{ZZ} + I_{XZ} = 2b_y d(b_x/2)^2 + 2b_x^3 d/12 + 2b_x d^3/12 \quad (B.2)$$

$$I_x^V = b_x d[b_x^2 + d^2 + 3b_y b_x]/6 \quad (B.3)$$

$$\min W_x^V = I_x^V/b_x/2 = [b_x^2 + d^2 + 3b_y b_x]d/3, \quad (B.4)$$

(For $x = b_x/2$), og tilsvarende for $\min W_y^V$

Hvis d^2 neglisjeres i formelen for I_x^V blir tverrsnittsverdiene lik de verdiene som er angitt i [6], som tilsvarer at kun de vertikale komponenter av kreftene i de tverrsnittene som overfører kreftene medregnes. Denne betraktningssmåte gir samsvar mellom kreftene i tverrsnittene og de vertikale skjærkrefter. Betrakningen betyr at det polare arealmomentet ikke tas hensyn til. Følgende formel anbefales derfor brukt for tverrsnittsmodule for å bestemme skjærkreftene fra momentinnføringen ved innersøyler:

$$\text{Rektangulært: } \min W_x^V = I_x^V/b_x/2 = [b_x^2 + 3b_y b_x]d/3, \quad (B.5)$$

dim. Snitt (For $x = b_x/2$), og tilsvarende for y-retning.

$$\text{Kvadratisk: Dvs. } b_x = b_y = b \text{ og } I^V = bd[4b^2]/6, \text{ som gir:} \\ \text{dim. Snitt } \min W^V = 4b^2 d/3 \quad (B.6)$$

Disse tverrsnittsmodule er i samsvar med [6]. Det skyldes som angitt at det ikke tas hensyn til det polare arealtrehetsmomentet fra sideflatene ($2b_x d$), dvs. skjærspenningen i et vilkårlig punkt forutsettes parallelt med Z-aksen. Forskjellen i tverrsnittsmodule mellom (B.4) og (B.5) er $d^3/3$, som uansett i alle normale tilfelle er ubetydelig i forhold til leddet med b^2 .

B.2.2 Randsøyle

Figur B.2 viser forutsetningene mht. geometri, skjærareal og spenninger, hvor skjærarealet er tresidig. Skjærspenningene er symmetrisk om x-aksen. For å regne skjærarealet helt ut til randen forutsettes at størrelsen s_x i beregningen ikke settes større enn r , hvor r etter NS 3473 kan settes lik d (effektiv høyde).

Sentret for skjærspenningene forskyver seg i dette tilfelle til akse g-g, som er tyngdepunktsaksen for skjærarealet. Koordinatene i dimensjonerende snitt (x') måles fra punktet P der x-aksen skjærer g-g akse.

Tverrsnittskonstantene

$$u_0 = 2b_x + b_y \text{ og } A^V = (2b_x + b_y)d \quad (B.7)$$

Momentbetingelsen for å bestemme P gir :

$$2b_x db_x/2 = (2b_x d + b_y d)c_x, \text{ dvs. } c_x = b_x^2/(2b_x + b_y) \text{ og } x_1 = b_x b_y/2(2b_x + b_y)$$

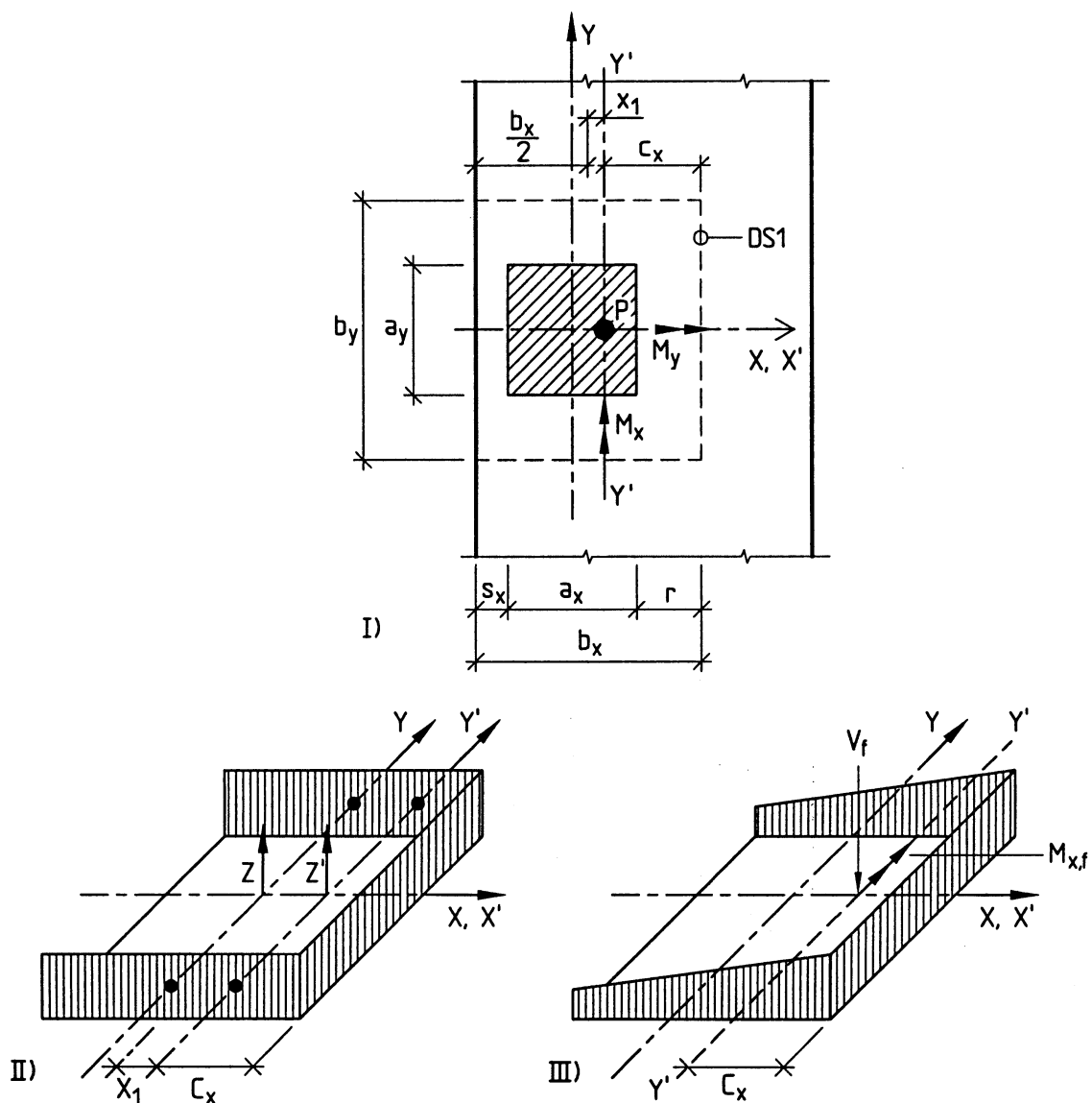
$$I_X^V = I_{YY} + I_{ZZ} + I_{XZ} = b_y d(c_x)^2 + 2b_x^3 d/12 + 2b_x d x_1^2 + 2b_x d^3/12$$

$$I_X^V = d[b_y(c_x)^2 + b_x^3/6 + 2b_x x_1^2 + b_x d^2/6] \quad (\text{B.8})$$

Minste tverrsnittsmodul $W_X^V = I_X^V / x'$ oppstår for $x' = c_x$: (for additiv skjærstrøm)

$$\min W_X^V = I_X^V / c_x = [b_y c_x + b_x^3/6c_x + 2b_x x_1^2/c_x + b_x d^2/6c_x] d \quad (\text{B.9})$$

For tverrsnittsdelen mellom $x' = 0$ og $x' = -(b_x - c_x)$ blir skjærstrømmen subtraktiv til den fra ordinær skjærkraft.



I) Geometriske forutsetninger, II) Skjærareal, III) Skjærspenninger i DS1
DS1 = Det 1. dimensjonerende snitt

Figur B.2 : Forutsetninger for beregning av tverrsnittskonstanter for randsøyler

For en søyle med kvadratisk dimensjonerende snitt, dvs. $b_x = b_y = b$, blir

$$c_x = b/3 \text{ og } x_1 = b/6$$

$$I_X^V = d[b(b/3)^2 + b^3/6 + 2b(b/6)^2 + bd^2/6] = bd[b^2/3 + d^2/6] \quad (\text{B.10})$$

For $x' = c_x = b/3$ får tverrsnittsmodulen sin minste verdi:

$$\min W_x^V = bd[b^2/3 + d^2/6]/b/3 \quad (B.11)$$

$$\underline{\min W_x^V} = bd[b + d^2/2b] \quad (B.12)$$

Dersom leddet med d^2 neglisjeres blir, som angitt under formelutviklingen for innersøylen, uttrykket for $\min W_x^V$ ved kvadratisk dimensjonerende snitt identisk med formelen i [6]. Berettigelsen av dette er kommentert under utviklingen for innersøylen. Følgende formler anbefales derfor brukt for tverrsnittsmodulen for å bestemme skjærkreftene fra momentinnføringen ved randsøyler:

$$\text{Med rektangulært dim. snitt : } \underline{\min W_x^V} = I^V/c_x = [b_y c_x + b_x^3/6c_x + 2b_x x_1^2/c_x]d, \quad (B.13)$$

(For $x' = c_x$)

$$\text{Med kvadratisk dim. snitt : } \underline{\min W_x^V} = b^2 d \quad (b_x = b_y) \quad (B.14)$$

Med moment også i y-retningen oppstår en skjærstrøm som kan beregnes med formelene for innersøyle, se B. 2.1.

Kommentar ved spesiell geometri

Dersom platen har et stort utstikk, eller b_x er mye større enn b_y , kan skjærspenningen fra momentet bli vesentlig større ved plateranden enn for $x' = c_x$. Imidlertid er denne skjærstrømmen motsatt rettet skjærstrømmen fra skjærkraften, forutsatt strekk på oversiden av platen fra momentet (normalsituasjonen). Antagelsen om rettlinjett skjærspenningsfordeling fra momentet trenger en korreksjon som gir mindre skjærstrøm enn det som tilsvarer en rettlinjett økning mot randen for denne situasjonen. Som angitt ovenfor bør det, uavhengig av utstikket, forutsettes at $b_x \leq a_x + 2r$.

B.2.3 Hjørnesøyle

Tverrsnittskonstantene for hjørnesøyle bestemmes her under forutsetning om at søylen er kvadratisk og at geometrien i x- og y-retning i platehjørnet er lik. Figur B.3 viser forutsetningen mht. geometri, skjærareal og skjærspenninger.

Sentret for skjærspenningene, dvs. tyngdepunktet for de stiplede linjer som er dimensjonerende snitt, forskyver seg i dette tilfelle mot hjørnet C. Arealregghetsmomentet bestemmes for ξ -aksen, som er hovedakse for skjærarealet. Pga. symmetrien er $\alpha = 45^\circ$ i forhold til x-aksen.

Tverrsnittskonstantene

- a. Tyngdepunktet av dimensjonerende snitt

$$y\text{-retning : } c_y(2bh) = bh/2, \text{ dvs. } c_y = b/4 = c_x \text{ pga. symmetrien. Videre er } c_\xi = b(\sqrt{2})/4$$

- b. Tverrsnittsmodul om ρ -aksen

$$I_\xi = 2 \int_{g_1}^{g_2} \xi^2 \partial A \quad \text{Med grensene } g_1 : \xi = -b(\sqrt{2})/4 \text{ og } g_2 : \xi = b(\sqrt{2})/4$$

Her er $\partial A = d\partial y$, hvor $\partial y = \partial \xi \sqrt{2}$, som gir:

$$I_\xi = 2 \int_{g_1}^{g_2} \xi^2 d\sqrt{2} \partial \xi = 2d\sqrt{2} \left| (\xi^3)/3 \right| = 2d\sqrt{2} [(b\sqrt{2}/4)^3 - (-b\sqrt{2}/4)^3]/3$$

$$I_\xi = 2d\sqrt{2} [(2b^3\sqrt{2}/64) + (2b^3\sqrt{2}/64)]/3 = \underline{db^3/12} \quad (B.15)$$

$$\text{Min } W_{\xi} = I_{\xi}/\xi = (db^3/12)/(b/2\sqrt{2}) = \underline{db^2(\sqrt{2})/6} \quad (\text{B.16})$$

c. Tverrsnittsmodule om ξ -aksen

$$I_p = 2 \int_{g_1}^{g_2} \rho^2 \partial A \quad \text{Med grensene } g_1 : \rho = 0 \text{ og } g_2 : \rho = b/\sqrt{2}$$

$$\partial A = d\partial y = d\partial\rho\sqrt{2} \text{ dvs.}$$

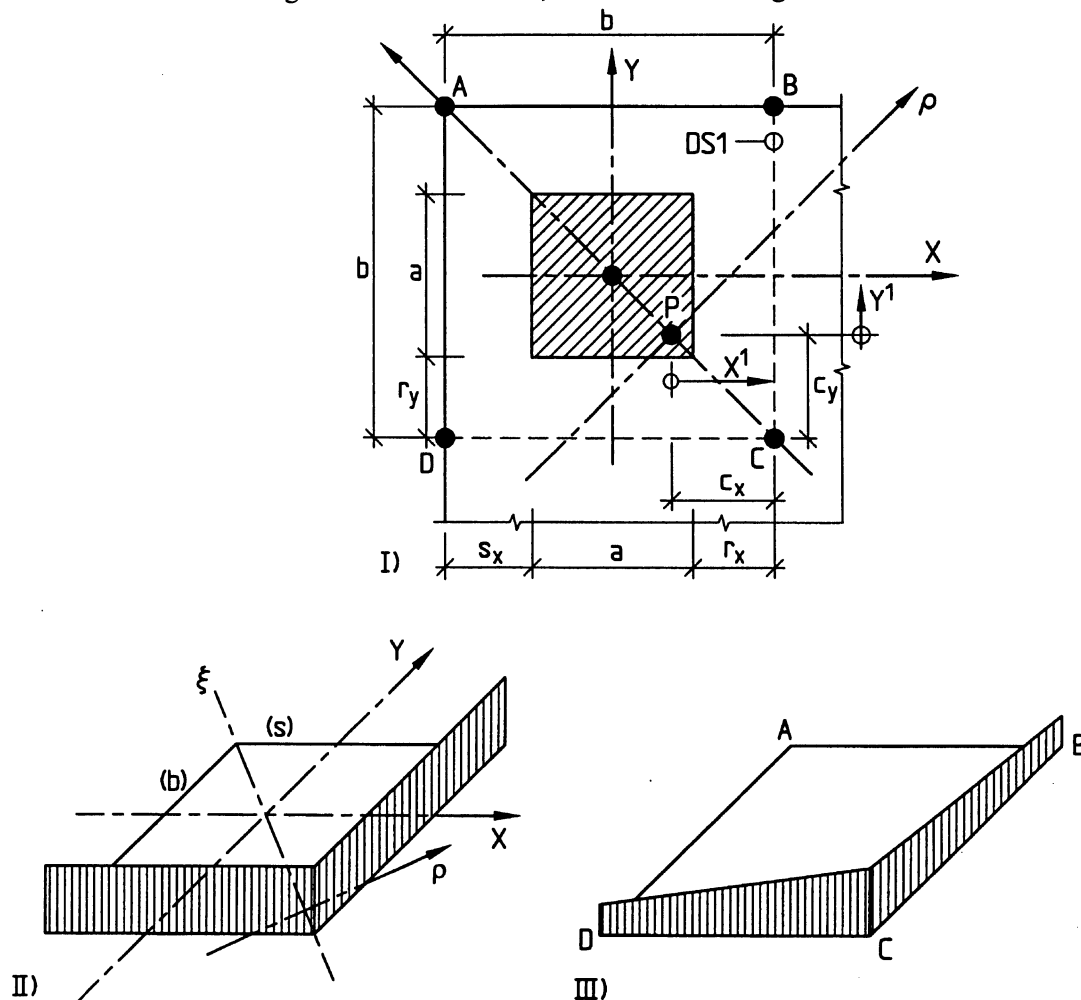
$$I_p = 2 \int_{g_1}^{g_2} \rho^2 d\partial\rho\sqrt{2} = 2d\sqrt{2} \left| (\rho^3)/3 \right| = 2d\sqrt{2} [(b/\sqrt{2})^3 - 0]/3$$

$$I_p = \underline{b^3 d/3} \quad (\text{B.17})$$

$$\text{Min } W_p = I_p/\rho = b^3 d/(b/\sqrt{2})/3 = \underline{db^2(\sqrt{2})/3} \quad (\text{B.18})$$

Merk:

Det skal påpekes at det ved rektangulære dimensjonerende snitt er nødvendig å bestemme tverrsnittsmodule for hovedaksene i det dimensjonerende snitt. Med kvadratisk dimensjonerende snitt er hovedaksene diagonalene i tverrsnittet; det var forutsetningen i dette tilfelle.



I) Geometriske forutsetninger, II) Skjærareal, III) Skjærspenninger i DS1
DS1 = Det 1. dimensjonerende snitt

Figur B.3 : Forutsetninger for beregning av tverrsnittskonstanter for hjørnesøyle

B.3 Dimensjonerende lastvirkninger ved overgang fra plate til søyle

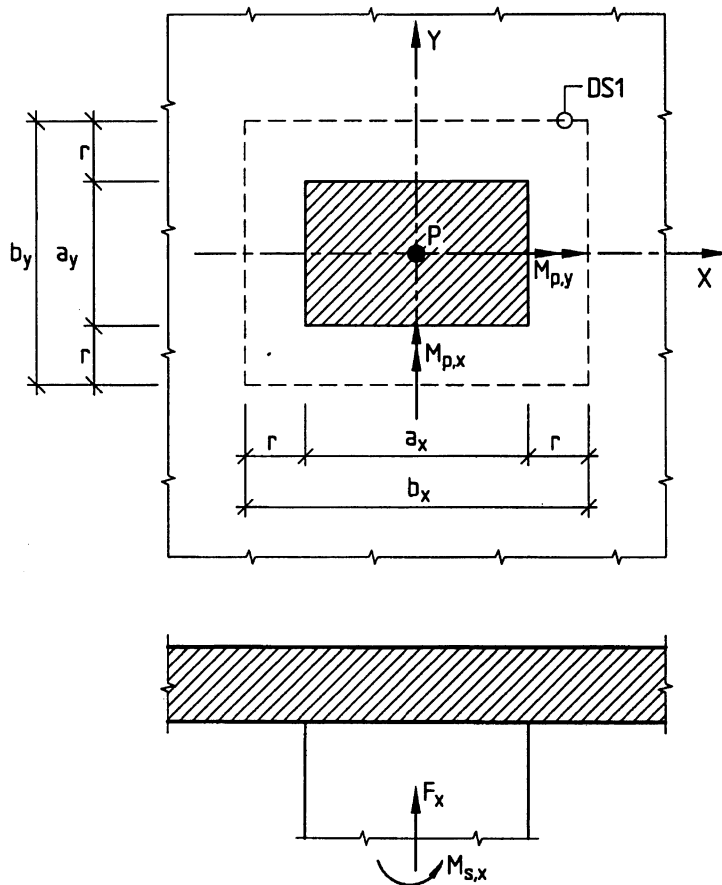
Som tidligere angitt er det med en resultantkraft fra platen som ikke er sammenfallende med resultanten i søylens lastflate en eksentrisitet i systemet som forårsaker et ubalansert moment. Dette vil gjøre seg spesielt gjeldende for rand- og hjørnesøyler, men også for innersøyler, spesielt dersom tilstøtende felt har ulike spennvidder. Skjærstrømmen fra eksentrisitetsmomentet trengs for å påvise den lokale kraftoverføringen mellom plate og søyle.

Her skal vises utvikling av formlene for de tre tilfellene som er behandlet tidligere dvs. rektangulær innersøyle (B.1), rektangulær randsøyle (B.2) og kvadratisk hjørnesøyle (B.3).

En sirkulær søyle kan som en forenkling behandles som en kvadratisk søyle med sidekanter lik roten av tverrsnittsarealet til den sirkulære søylen.

B.3.1 Innersøyle

Det dimensjonerende snitt har x- og y-aksen som symmetriakser. Skjærarealet med tilhørende platemomenter i punkt P refererer til samme akser som søylemomentene, dvs. ingen eksentrisitet. Figur B.4 viser geometri og lastvirkninger som inngår i systemet.



$M_{s,x}$ = søylemomentet ved underside plate i x-retning (tilsvarende i y-retning)

$M_{p,x}$ = Platemomentet (det ubalanserte) momentet i x-retning, i skjærarealets tyngdepunkt

$M_{p,y}$ = Platemomentet (det ubalanserte) momentet i y-retning, i skjærarealets tyngdepunkt

$F = V$ = avgitt skjærkraft

For rektangulære innersøyler er $M_{s,x} = M_{p,x}$ og tilsvarende for y-retning

Her er f som indeks for faktorisert lastvirkning utelatt.

Figur B.4 Lastvirkninger for innersøyle ved overgang plate-søyle

Her skal $M_{S,X}$ og e_x settes inn med fortegn, dvs. momentet $M_{P,X}$ kan bli positivt eller negativt, avhengig av hvor P ligger.

Fra figur B.5 : $e_x = (a/2 + r) - c_x$, hvor c_x er gitt i B.2.2

Som for innersøylen er skjærstrømmen for et M_x moment gitt med:

$$v_x = V/u + d(k_{M,X} \cdot M_{P,X})/(I_{X/X}^V) + d(k_{M,Y} \cdot M_{P,Y})/(I_{Y/Y}^V), \quad (B.21)$$

med maksimal- og minimalverdier: I x-retning for $x' = c_x$ (additiv) hhv. $x' = -(b_x - c_x)$ (subtraktiv)

Med moment også i y-retningen oppstår en skjærstrøm som kan beregnes med formlene for innersøyle, se B.2.1 og B.3.1. Skjærstrømmen fra dette momentet har maksimalverdi for $y = b_y/2$. (Forutsetter et passende utstikk)

For kvadratisk dimensjonerende snitt blir maksimal skjærstrøm:

$$\text{Max } v_x = V/u + \frac{1}{2}d[M_{P,X}/b^2d + M_{P,Y}/(4b^2d/3)] \quad (B.22)$$

$$\text{Max } v_x = V/u + [4M_{P,X} + 3M_{P,Y}]/(8b^2) \quad (B.23)$$

Merk at b_x ikke bør settes inn med større verdi enn $a_x + 2r$

B.3.3 Hjørnesøyle

Som angitt i B.2.3 forutsettes at hjørnesøylen er kvadratisk og med like store utstikk i x- og y-retning. Figur B.6 viser geometri og lastvirkninger som inngår i den lokale likevektstilstand.

Som angitt i B.2.3 ligger skjærarealets hovedakser i ξ - ρ -koordinatsystemet, som har sitt origo i

$$e_x = (a/2 + r - c_x), e_y = (a/2 + r - c_y) \quad (B.24)$$

Pga. symmetrien er $c_x = c_y$, og $e_x = e_y$, dvs. begge koordinatene har verdien:

$$e = (a/2 + r - c) \quad (B.25)$$

Som angitt i B.2.3 gir betingelsen for tyngdepunktet P i skjærarealet for 1. dimensjonerende snitt:

$$c_x = c_y = b/4 \quad \text{som gir :} \quad (B.26)$$

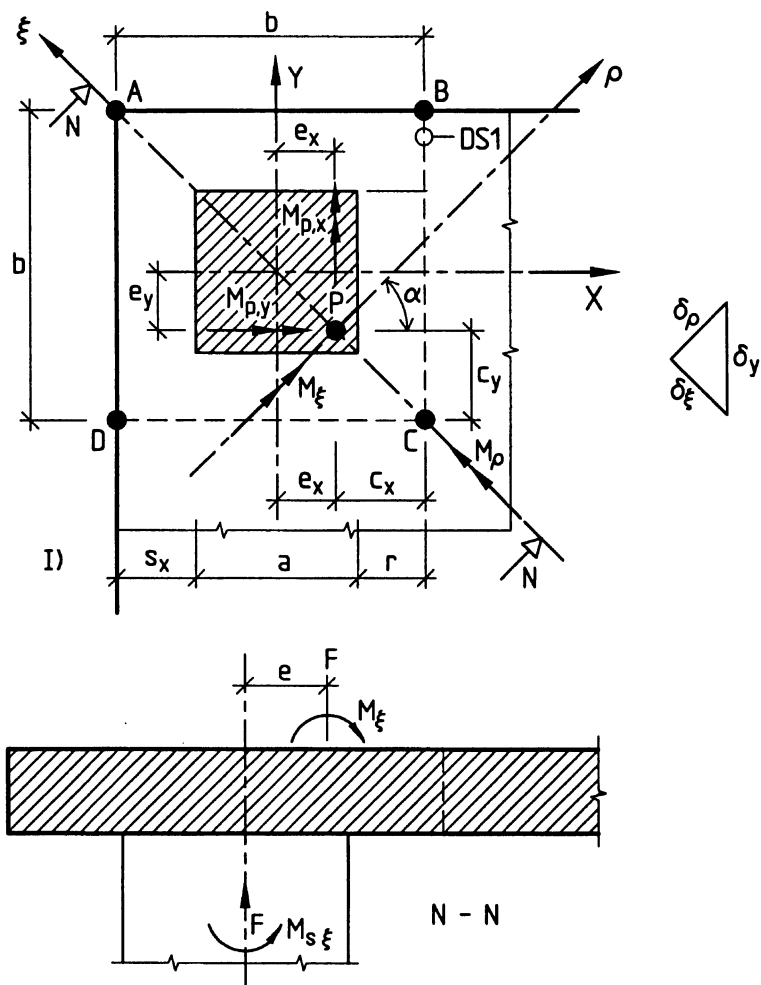
$$\underline{e_x = a/2 + r - b/4 = e_y}, \text{ med fortegn etter figur} \quad (B.27)$$

Etter NS 3473 kan r settes = d, som gir

$$\underline{e_x = a/2 + d - b/4 = e_y} \quad (B.28)$$

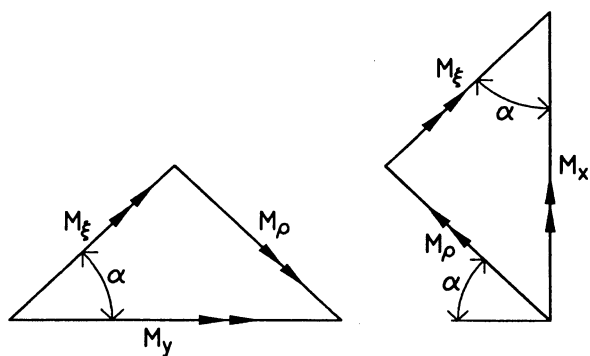
$$e_\xi = \sqrt{(2e_x^2)} \quad (B.29)$$

M_s fra rammevirkningen har komponentene $M_{S,X}$ og $M_{S,Y}$. Disse overføres til ξ - ρ -systemet som vist på figur B.7



DS1 er 1. dimensjonerende snitt

Figur B.6 : Lokal likevekt for hjørnesøyle



Figur B.7 : M_X - og M_Y -momentene overført til ξ - ρ -systemet

Det gir :

$$M_{s,\xi} = M_X \cos \alpha + M_Y \cos \alpha = [M_X + M_Y] \sqrt{2}/2 \quad (\text{B.30a})$$

og

$$M_{s,\rho} = M_Y \sin \alpha - M_X \sin \alpha = [M_Y - M_X] \sqrt{2}/2 \quad (\text{B.30b})$$

$$M_{p,\xi} \approx M_{s,\xi} + e_\xi F = M_{s,\xi} + e_\xi V \quad (\text{B.31})$$

Momentet $M_{p,\xi}$ innføres i søylen dels som direkte moment, som i en ordinær rammekonstruksjon, dels via skjærkreftene, som angitt i punkt 4.3.3. Skjærstrømmem er generelt:

$$v = V/u + d(k_M \cdot M_{p,\xi})/(I_{\xi}^V/\xi)) + d(k_M \cdot M_{p,\rho})/(I_{Y\rho}^V/\rho) \quad (B.32)$$

Ekstremverdiene av v^M opptrer i punktene A og C. Her gir bare $M_{p,\xi}$ bidrag:

Maksimalverdien opptrer i punkt C:

$$\max v = V/u + d[(k_M \cdot M_{p,\xi})/\min W_{\xi}^V]$$

$$\max v = V/u + d[k_M \cdot M_{p,\xi}/db^2\sqrt{2}/6] = V/u + [6k_M \cdot M_{p,\xi}/(b^2\sqrt{2})]$$

Fra (30 a): $M_{s,\xi} = [M_X + M_Y]\sqrt{2}/2$, og med (B.31) er:

$$M_{p,\xi} = [(M_X + M_Y)\sqrt{2}/2 + e_{\xi}V]$$

Det gir:

$$\max v = \frac{V/u + 6k_M [(M_X + M_Y)\sqrt{2}/2 + e_{\xi}V]}{(b^2\sqrt{2})} \quad (B.33)$$

Den kvadratiske søyle har $k_M = 1/2$, dvs.

$$\max v = \frac{V/u + 3[(M_X + M_Y)\sqrt{2}/2 + e_{\xi}V/\sqrt{2}]}{(b^2\sqrt{2})} \quad (B.34)$$

For et helt symmetrisk tilfelle er $M_X = M_Y$, som gir

$$\max v = \frac{V/u + 3[M_Y + e_{p,\xi}V/\sqrt{2}]}{b^2} \quad (B.35)$$

Merk:

- M_s , M_X og M_Y referer til søyleseenter
- Her settes $c_{p,\xi}$ inn med fortegn i forhold til ξ - ρ koordinatsystemet.
- (B.34) gjelder for kvadratisk søyle dersom $M_X \neq M_Y$
- (B.35) gjelder for kvadratisk søyle dersom $M_X \equiv M_Y$
- Lastvirkningene er å forstå som faktoriserte verdier i bruddgrensetilstanden, dvs. med indeks f

TILLEGG C

BEREGNING AV STIVHETER OG FORSKYVNINGER

C.1 Metoder for beregning av forskyvninger

C.1.1 Integrasjon av momentkurven

Over en strekning Δx , hvor krumningen kan antas konstant, er krumningen gitt av:

$$1/\rho = M/EI$$

Krumningen i en kurve i forhold til kordelengden er tilnærmet gitt av:

$$1/\rho = \pm \delta''$$

Det gir formelen for den 2. deriverte av nedbøyningen :

$$\delta'' = -M/EI, \text{ og}$$

$$\delta = \int \int (M/EI) dx \quad (C.1)$$

Denne formulering kan benyttes til å bestemme lukkede formler for nedbøyningen for gitte momentforløp og konstant stivhet. Det er benyttet i Tillegg D.

C.1.2 Virtuelle krefters metode

Dette kan anses som den mest generelle metode, hvor nedbøyningen er uttrykt med formelen:

$$\delta = \int_0^l M_v \{1/r\} dx \quad (C.2)$$

M_v er momentet fra den virtuelle kraften ("1") i et statisk bestemt system, plassert der nedbøyningen søkes.

$(1/r)$ er krumningen fra ytre last i det virkelige system.

Hvis det tas hensyn til betongens medvirkning mellom rissene vil krumningsradien i risset erstattes av en midlere radius r_m , bestemt av midlere ståltøyning $\epsilon_{s,m}$ og midlere betongtøyning $\epsilon_{c,m}$, se C.2.3.

Midlere krumning i et vilkårlig snitt bestemmes med følgende uttrykk:

$$1/r_m = (\epsilon_{s,m} - \epsilon_{c,m})/d \quad (C.3)$$

Fremgangsmåten for å beregne en nedbøyning blir:

- Dele opp spennet i f. eks. 10 deler
- Beregne hvilke deler som skal anses urisset på grunnlag av at $\sigma_{ct} < f_{ct,d}$
- Beregne midlere tøyninger og midlere krumning i alle delene
- Påføre kraften "1" i et statisk bestemt system der nedbøyningen søkes ("fritt opplagt bjelke"), som resulterer i M_v .
- Multiplisere krumningsverdien med momentverdien fra M_v for hver del.
- Integreere den flaten som fremkommer etter multiplikasjonen

Metoden er lastavhengig og kan derfor ikke benyttes for lukkede løsninger (direkte formler).

C.2 Noen stivhetsverdier

C.2.1 Uriset tverrsnitt

Stivheten regnes vanligvis uten hensyn til armering, som ved urisett tilstand gir et neglisjerbart bidrag:

$$2. \text{ arealmoment: } I_I = bh^3/12 \quad (C.4)$$

$$\text{Stivhet: } E_c I_I = E_c bh^3/12 \quad (C.5)$$

C.2.2 Risset tverrsnitt

Med forutsetning om at betongens strekkfasthet neglisjeres kan tverrsnittets stivhet bestemmes formelmessig: Utviklingen av formlene finnes i lærebøker og kurskompendier, se f. eks [13].

Stivheten er gitt med :

$$(EJ)_{II} = E_s A_s d^2 (1 - \alpha/3)(1 - \alpha) \quad (C.6)$$

hvor

α er et uttrykk for trykksonehøyden, $\alpha = x/d$ og indeks II brukes for å angi tilstand II.

$$\alpha = \{[(n\mu)^2 + 2n\mu]^{1/2} - n\mu\}, \text{ dvs. } \alpha \text{ er bestemt av tverrsnitts- og materialkonstantene.} \quad (C.7)$$

$$n = E_s/E_c \quad (C.8)$$

$$\mu = A_s/bd \quad (C.9)$$

For produktet $(1 - \alpha/3)(1 - \alpha)$ brukes ofte symbolet ξ "stivhetsfaktor", som gir formelen for stivhet av risset tverrsnitt uten medvirkning av betongen i strekksone:

$$(EJ)_{II} = E_s A_s d^2 \xi \quad (C.10)$$

På grunnlag av (C.10) kan det også beregnes tabellverdier/oppstilles kurver for vanlige verdier av parametrene. Med utgangspunkt i middelerdi for betongfasthetene C25 og C35 blir:

Etter (9.2.1) antas $E_{cm} = 9500(f_{ck} + 5)^{0,3}$ Videre er $E_{c\infty, m} = E_{cm}/(1+\phi)$, og $E_s = 200\,000 \text{ N/mm}^2$

	C25	C35
E_{cm}	25000	27000
n_0	8,0	7,4
$E_{c\infty}$	10000	10800
n_{∞}	20	18,5

(Her er forutsatt $\phi = 2,5$)

a) Langtidslast, her regnet med $\phi = 2,5$. For andre verdier brukes formelverket ovenfor

Tabell C.1 : Stivhetsverdier for C25 for langtidslast:

μ	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,008	0,01	0,015	0,02	0,025
$n\mu_{\infty}$	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,16	0,20	0,30	0,40	0,50
α_{∞}	0,181	0,246	0,292	0,328	0,328	0,428	0,463	0,531	0,580	0,618
ξ_{∞}	0,77	0,693	0,640	0,599	0,5653	0,491	0,454	0,386	0,339	0,304
$\mu\xi_{\infty}$	0,00077	0,00139	0,00192	0,0024	0,00283	0,00393	0,00454	0,0058	0,00678	0,00758

Tabell C.2 Stivhetsverdier for C35 for langtidslast:

μ	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,008	0,01	0,015	0,02	0,025
$n\mu_{\infty}$	0,0185	0,037	0,0555	0,074	0,0925	0,148	0,185	0,2775	0,37	0,4625
α_{∞}	0,175	0,238	0,282	0,318	0,347	0,416	0,451	0,518	0,566	0,605
ξ_{∞}	0,777	0,702	0,6503	0,61	0,577	0,503	0,467	0,399	0,352	0,316
$\mu\xi_{\infty}$	0,00078	0,0014	0,00195	0,00244	0,00288	0,00403	0,00467	0,00599	0,00704	0,00789

Det er m.a.o. relativt liten forskjell på stivhetsfaktoren mellom C 25 og C 35 for langtidslast for et risset tverrsnitt. Det vil være tilstrekkelig nøyaktig å interpolere lineært mellom de angitte verdiene for μ for å bestemme ξ .

b) Korttidslast :

Tabell C.3 : Stivhetsverdier for C25 for korttidslast

μ	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,008	0,01	0,015	0,02	0,025
$n\mu$	0,008	0,016	0,024	0,032	0,040	0,064	0,080	0,120	0,160	0,200
α	0,119	0,164	0,196	0,223	0,246	0,299	0,328	0,384	0,428	0,463
ξ	0,846	0,791	0,751	0,719	0,693	0,631	0,599	0,537	0,491	0,453

Tabell C. 4 Stivhetsverdier for C35 for korttidslast:

μ	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,008	0,01	0,015	0,020	0,025
$n\mu$	0,0074	0,0148	0,0222	0,0296	0,037	0,0592	0,074	0,111	0,148	0,185
α	0,114	0,158	0,190	0,216	0,238	0,290	0,318	0,373	0,416	0,451
ξ	0,852	0,798	0,759	0,728	0,702	0,642	0,610	0,549	0,503	0,467

Det fremgår at det også for korttidslast er relativt liten forskjell på stivhetsverdiene mellom C 25 og C 35.

C.2.3 Risset tverrsnitt med betongens medvirkning mellom rissene

Mellom rissene medvirker betongen (såkalt "tension stiffening"). Det kan gi en merkbar reduksjon av ståltøyningene og tilhørende reduserte forskyvninger. Virkningen er i tillegg til å være tverrsnittsavhengig også lastavhengig og kan derfor ikke uttrykkes formelmessig. Med betegnelser etter [CEB] uttrykkes ståltøyningen som en midlere ståltøyning:

$$\epsilon_{s,m} = \epsilon_{s2} - \beta_{t,m}(\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1}) \quad (C.11)$$

$\epsilon_{s,m}$ er midlere ståltøyning

ϵ_{s2} er ståltøyningen i risset for vedkommende lastsituasjon

ϵ_{sr2} er ståltøyningen i risset for risslasten, dvs. hvor betongspenningen er lik f_{ctm}

ϵ_{sr1} er ståltøyningen der betongspenningen når strekkfastheten, hvor det ikke er noe glipp mellom betong og armering, dvs. ståltøyning = betongtøyning

$\beta_{t,m}$ er en integrasjonsfaktor for å beregne midlere tøyning mellom rissene. For langtidslast er den av størrelsesorden 0,25.

Med de forenklinger som vanligvis gjøres for flatdekker vil det kun der det er behov for å få et tilnærmet riktig verdi på forskyvningene være nødvendig å ta hensyn til denne effekten av betongens medvirkning. Virkningen er motsatt av betongens svinn; dette kan utnyttes, se Tillegg D.

C.2.4 Betongen svinn

Krumninger fra betongens svinn kan forenklet beregnes ved å anta trykksonens tyngdepunkt som representativ fiber for svinntøyningen, Under forutsetning om at strekktøyningen ikke påvirkes nevneverdig av svinnet, kan svinnekrumningen tilnærmet skrives som:

$$1/r_{cs} = \epsilon_{cs}/z \cong \epsilon_{cs}/0,85d \quad (C.12)$$

C.3 Bestemmelse av tverrsnittshøyde med valgt begrensning av nedbøyning

C.3.1 Hensikt

Hensikten med dette punktet er å utvikle et formelverk som gjør det mulig å fastlegge minste tverrsnittshøyde for å begrense nedbøyningen til en bestemt valgt verdi. Formelutviklingen er basert på egenlasten fra platen (den lastbærende komponenten). Som vist kan metoden også anvendes dersom lasten består av permanent last i tillegg til egenlast plate.

C.3.2 Grunnlag

Nedbøyning av bjelker og en-veis plater for jevnt fordelt egenlast og konstant stivhet (midlere stivhet) har som generell formel:

$$\delta_g = k_s g l^4 / EJ \quad (C.13)$$

hvor

k_s er en systemfaktor, bestemt av oppleggs- og innspenningsforhold

g er egenlasten, dvs. lasten fra platen alene (kN/m hhv. kN/m²)

l er spennvidden

EJ er stivheten

Platetykkelsen inngår som størrelse både i g og EJ :

$$g = \rho h b, \text{ hvor} \quad (C.14a)$$

ρ er betongens densitet

h er platehøyden (m). Platehøyde er normalt i området 200-250 mm. Overdekning inkl. tillatt pluss-avvik og avstand til senter av armering er vanligvis i området 40 mm.

Dvs. h er i området (1,25 - 1,20)d. Her forutsettes $h = 1,2$ d. (Ved avvik fra denne verdi kan det korrigeres for fordi nedbøyningen er direkte proporsjonal med egenlasten).

$$\Rightarrow g = 1,2 \rho b d \quad (C.14b)$$

Den videre utvikling er basert på samme forutsetninger som i Tillegg D, dvs. risset tverrsnitt, og at betongens medvirkning mellom rissene og betongens svinn neglisjeres (motsatte virkninger).

M.h.t utviklingen av stivhetsverdien for risset tverrsnitt, se punkt 4.4 og C.2.2.

Disse uttrykk innsatt i (C.13) gir, hvor δ_g gjelder nedbøyningen i én stripe fra egenlasten:

$$E_s A_s d^2 \xi = k_s g l^4 / \delta_g \quad (C.15)$$

Formelen for nedbøyningen blir derved

$$\delta_g = k_s g l^4 / E_s A_s d^2 \xi \text{ pr. stripe, som gir} \quad (C.16)$$

$$d = [k_s g l^4 / \delta_g E_s A_s \xi]^{1/2} \text{ som med (C.14b) gir}$$

$$d = l^2 [1,2 k_s \rho / \delta_g E_s \mu \xi]^{1/2} \quad (C.17)$$

Ved å ta hensyn til nedbøyningen fra både søylestripe og feltstripe, se punkt 4.4.3, blir formelen, hvor x referer til søylestripen og y til feltstripen i de respektive retningene:

$$d = [1,2 \rho (k_s^S l_x^4 / \mu_x \xi_x + k_s^F l_y^4 / \mu_y \xi_y) / \delta_g E_s]^{1/2} \quad (C.18)$$

Uttrykket er dimensjonsavhengig, setter her inn N og mm i de respektive størrelsene.

Med (C.18) og valgt største nedbøyning for egenlasten, δ_g , kan minste d bestemmes. Parameter for beregningen er μ_x og μ_y som velges, hvor x står for søylestripe og y for feltstripe, eller omvendt

Beregningen kan gjennomføres formelmessig, eller ved å benytte tabellene under punkt C.2.2, som inneholder de nødvendige verdier for betongfasthetene C25 og C35.

Fremstillingen baseres på δ_1 , dvs. søylestripe i x -retning og feltstripe i y -retning, se 4.4.3.

På grunnlag av (C.18):

For egenvekt plate alene : $\rho_c = 25 \text{ kN/m}^3 = 2,5 \times 10^{-5} \text{ N/mm}^3$ og $E_s = 200\,000 \text{ N/mm}^2$ blir kravet til d :

$$d(g) = 1,225 \times 10^{-5} [(k_s^S l_x^4 / \mu_x \xi_x + k_s^F l_y^4 / \mu_y \xi_y) / \delta_g]^{1/2} \quad (\text{C.19})$$

C.3.3 Systemfaktoren k_s

Systemfaktoren k_s er sterkt avhengig av det statiske system. I Tillegg D er systemfaktorene beregnet for alle forekommende platefelt, dvs. type A,B,C,D,E og F. Verdiene kan derfor tas direkte fra Tillegg D, tabell D.7.1 eller D.7.2. Merk at systemfaktorene i Tillegg D tar hensyn til en momentfordeling i samsvar med Figur 6 og Tillegg A. For anvendelse, se C.3.5.

C.3.4 Egenlast plate og annen permanent last

Metoden kan også brukes for å beregne minste høyde dersom lasten består av både egenlast og annen permanent last. Med begge laster som permanent last blir stivhetene den samme for begge lastene.

Formelen gitt i (C.17) blir endret til:

$$d = l^2 [k_s (1,2\rho + g_l / bd) / \delta_p E_s \mu \xi]^{1/2} \quad (\text{C.20})$$

for én av stripene. For å bestemme totalnedbøyningen benyttes (C.20) i (C.19).

g_l er annen permanent last, og δ_p er nedbøyningen fra permanent last.

Fordi g_l inngår i formelen kan beregningen ikke gjennomføres med et eksplisitt svar. Det er nødvendig å iterere, dvs. anta en platetykkelse og iterere til den stemmer med beregningen.

Imidlertid vil feilen ikke bli stor om det forutsettes en effektiv høyde d på for eksempel 220 mm i ()-parentesen i (C.20), som sammen med bredden b for den virkelige for stripen, eller 1000 mm., gir ()-parentesen en fast verdi. Da kan d bestemmes eksplisitt.

Hvis nedbøyningen skal begrenses tallmessig også for nyttelast er det hensiktsmessig å beregne nedbøyningene som vist i Tillegg D og deretter korrigere tverrsnittet for å oppnå en tilsiktet nedbøyning.

C.3.5 Eksempel på bruk av metoden

Spennvidde $l = 7200 \text{ mm}$ i begge retninger. Ser på et helt symmetrisk innerfelt, dvs. type F, se Figur 5. Ønsker å beregne nødvendig platetykkelse for å begrense egenvektsnedbøyningen δ_g for langtidslaster til hhv 20 mm og 30 mm. Det tilsvarer hhv $l/360$ og $l/240$. Forutsetter betongklasse C25, og $\phi = 2,5$.

Nedbøyningskoeffisientene bestemmes fra Tillegg D, Tabell D.7.1:

$$k_{s,x}^S = 0,0028, k_{s,y}^F = 0,00301$$

Bruker Tabell C.1

a) $\delta_g \Rightarrow 20 \text{ mm}$

Prøver med følgende relativt store gjennomsnittsverdier av armering/stivhet:

$$\mu_{x,m} = 1,0 \% \Rightarrow \xi_{x,m} = 0,454 \quad (\text{Søylestripe})$$

$$\mu_{y,m} = 0,5 \% \Rightarrow \xi_{y,m} = 0,565 \quad (\text{Feltstripe})$$

Det gir med formel (C.19):

$$d(20) = 1,225 \times 10^{-5} [\{ (0,0028 \times 7,2^4 \times 10^{12} / (0,454 \times 0,01) + 0,00301 \times 7,2^4 \times 10^{12} / (0,005 \times 0,565) \} / 20]^{1/2}$$

$$d(20) = 1,225 \times 10 [1657,4 + 2863,4] / 20]^{1/2}$$

$$d(20) = 184,2 \text{ mm, dvs. } h \cong 1,2 \times 184,2 \cong 220 \text{ mm. Det tilsvarer et forhold } h/l \cong 1/33$$

Hvis armeringen dobles, dvs. $\mu_{x,m}$ økes til 2,0 % og $\mu_{y,m}$ til 1,0 %, blir $\xi_{x,m} = 0,339$ og $\xi_{y,m} = 0,454$

$$d(20) = 1,225 \times 10^{-5} [\{ (0,0028 \times 7,2^4 \times 10^{12} / (0,02 \times 0,339) + 0,00301 \times 7,2^4 \times 10^{12} / (0,456 \times 0,01) \} / 20]^{1/2}$$

$$d(20) = 1,225 \times 10 [1110 + 1782] / 20]^{1/2}$$

$$d(20) = 147 \text{ mm, dvs. } h \cong 1,2 \times 147 \cong 180 \text{ mm. Det tilsvarer et forhold } h/l = 1/40$$

Forholdet mellom de effektive høydene blir dermed: $147/184 \cong 0,80$

b) $\delta_g \Rightarrow 30 \text{ mm}$

Dersom δ_g økes til 30 mm, og med $\mu_{x,m} = 1,0 \%$ og $\mu_{y,m} = 0,5 \%$, blir kravet til minste d:

$$d(30) = 1,225 \times 10 [(1657,4 + 2863,4) / 30]^{1/2} = \underline{150,4 \text{ mm}}$$

$$\text{dvs. } h \cong 1,2 \times 150,4 \cong 180 \text{ mm.}$$

Dersom armeringen halveres, dvs. $\mu_{x,m} = 0,5 \%$ og $\mu_{y,m} = 0,25 \%$ blir

$$d(30) = 1,225 \times 10^{-5} [\{ (0,0028 \times 7,2^4 \times 10^{12} / (0,565 \times 0,005) + 0,00301 \times 7,2^4 \times 10^{12} / (0,0025 \times 0,667) \} / 30]^{1/2}$$

$$d(30) = 1,225 \times 10 [(2664 + 4851) / 30]^{1/2} = \underline{194 \text{ mm for } \mu_x}$$

$$\text{dvs. } h \cong 1,2 \times 194 = 233 \text{ mm.}$$

Forholdet mellom de effektive høydene blir $150,4/194 = 0,78$

Videre gang for å bestemme fordeling av armering mellom støtter og felt:

- a) Den valgte armeringsprosent er nødvendig verdi for å få en midlere stivhet som er bestemt av:

$EI_{II,m} = E_s A_s d^2 \xi_m = E_s \mu_{s,m} b d d^2 \xi_m = E_s \mu_{s,m} b d^3 \xi_m$. Her kan alle størrelser bestemmes, og midlere stivhet beregnes separat for søylestripe og feltstripe.

- b) Den midlere stivhet setter seg sammen av delstivhetene, som angitt i Tillegg D, punkt D. For platefelt F er midlere stivhet, på grunnlag av momentnullpunktene, dvs. κ_{0x} og κ'_{0x} i Tabell D.7.1, for søylestripen i x-retning: $(EI)_{II,m} = 0,48 EI_4^S + 0,52 EI_5^S$

- c) Man kan velge forholdet mellom disse stivhetene slik at summen blir tilstrekkelig. Det gis ingen lukket løsning. Det kan være hensiktsmessig å velge forholdet mellom stivhetene i nærheten av forholdet mellom momentene, som for søylestripe i Platefelt F etter Tabell A.1 er $0,142/0,0552 = 2,5$
 Det vil gi $EI_{II,m}^S = 0,48 EI_4^S + 0,52 EI_5^S = 0,48 EI_4^S + 0,52 EI_4^S / 2,5 = 0,688 EI_4^S$

- d) Det gir for x-retningen $EI_4^S = EI_{II,m}^S / 0,688$. Med $EI_4^S = E_s \mu_{s,4} b d^3 \xi_4$, kan $\mu_{s,4} \xi_4$ bestemmes:

$$E_s \mu_{s,4} b d^3 \xi_4 = E_s \mu_{s,m} b d^3 \xi_m / 0,688$$

$$\mu_{s,4} \xi_4 = \mu_{s,m} \xi_m / 0,688$$

Med tallverdier for tilfellet $\delta_g = 20$ mm og med $\mu_{x,m} = 1,0$ % $\Rightarrow \xi_{x,m} = 0,454$ blir:

$$\mu_{s,4} \xi_4 = 0,01 \times 0,454 / 0,688 = 0,0066$$

Med denne verdien er etter Tabell C.1: $0,02 > \mu_{s,4} > 0,015$

Med interpolasjon: $\mu_{s,4} = 0,015 + (0,02 - 0,015) (0,0066 - 0,0058) / (0,00678 - 0,0058)$
 $\mu_{s,4} = 0,019$

Nødvendig armering i Søylestripe 1 over støtte 4 og 6 blir derved:

$$A_{s,4n} = \mu_{s,4} b d = 0,019 \times 1000 \times 185 = 3515 \text{ mm}^2/\text{m}, \text{ som ca. tilsvarer } \varnothing 20 \text{ cc. } 90 \text{ mm.}$$

Nødvendig armering i felt for søylestripen bestemmes slik:

$$EI_5^S = EI_4^S / 2,5, \text{ som gir: } E_s A_{s,5} d^2 \xi_5 = E_s A_{s,4} d^2 \xi_4 / 2,5$$

$$\mu_{s,5} \xi_5 = \mu_{s,4} \xi_4 / 2,5 = 0,0066 / 2,5 = 0,00264,$$

som med Tabell C.1 gir: $0,004 > \mu_{s,5} > 0,005$

Med interpolasjon: $\mu_{s,5} = 0,004 + (0,005 - 0,004) (0,00264 - 0,0024) / (0,00283 - 0,0024)$
 $\mu_{s,5} = 0,004 + 0,00056 = 0,00456$

Nødvendig armering i Søylestripe 1 i felt blir derved:

$$A_{s,5N} = \mu_{s,5} b d = 0,00456 \times 1000 \times 185 = 844 \text{ mm}^2/\text{m}, \text{ som ca. tilsvarer } \varnothing 12 \text{ cc. } 134 \text{ mm.}$$

(Det kan synes som om stivheten i felt burde vært antatt noe større i forhold til støttene enn forutsatt i punkt c) ovenfor).

For feltstripen bestemmes nødvendige armeringsmengder tilsvarende, slik at forutsatt midlere stivhet i feltstripen oppnås. Her er $\mu_{y,m} = 0,5$ % $\Rightarrow \xi_{y,m} = 0,565$

Sammenfatning av konklusjoner fra regneøvelsen:

Følgende konklusjoner kan trekkes:

- En 100 % økning i armeringsmengden gir altså bare ca 20 % reduksjon i kravet til effektiv høyde. Dette skyldes at høyden går inn tilnærmet kvadratisk mens armeringsmengden går inn mindre enn lineært i stivhetsfunksjonen. Det vil således oppnås vesentlig mer ved å øke platetykkelsen enn armeringsmengden. Økning av armeringsmengden bør benyttes hvor det kun er behov for mindre justeringer.
- Grunnen til at kravet til d ikke ble større er at Platefelt F har moderate nedbøyningskoeffisienter og at det ble forutsatt relativt store armeringsmengder. Så slanke dekker som beregnet i eksemplet med tillatt nedbøyning 20 mm for egenlast alene anbefales ikke.
- Det fremgår at det blir en del regnearbeid med mindre beregningen gjøres i et dataprogram.

TILLEGG D:

FORENKLET METODE FOR BEREKNING AV NEDBØYNINGER FRA EGENLAST

D.1 Grunnlag

I dette tillegget utvikles formel for den maksimale nedbøyningen i de ulike typer av Platefelt (lagerbetingelser), dvs. det utvikles lukkede løsninger slik at nedbøyningen kan beregnes direkte ved innsetting av vedkommende platefelts verdier for geometri, egenlast og stivheter.

Det er i alt 6 stk. ulike lagerbetingelser for feltene A, B, C, D, E, og F, som vist i 4.2 på figur 5. På grunn av nabofeltene og kontinuitetsforholdene får disse ulike innspenningsgrader. Dersom platen har randbjelker kan det bli det flere situasjoner. For feltene på diagonalen i figur 5 har momentene i x- og y-retningen samme momentkoeffisient. For feltene utenom diagonalen kan momentkoeffisientene referere til x-retning eller y-retning, avhengig av det valget som gjøres.

Beregningen gjennomføres på følgende forutsetninger:

- I) Momentfordeling forutsettes i samsvar med fordelingen i bruddgrensetilstanden, dvs. momentkoeffisientene gitt i tabell A.1 benyttes også for å bestemme momentene i bruksgrensetilstanden.
- II) Alle momentsituasjoner overføres til summen av to erstatningsmomenter:
 - Et momentforløp som tilsvarer en fritt opplagt komponent
 - Et momentforløp bestemt av endemomentene, som tilsvarer kontinuitetsmomentene.For å bestemme det momentet som tilsvarer det fritt opplagte momentet forutsettes en jevnt fordelt belastning. Hvordan erstatningsmomentene beregnes er vist for nedenfor.
- III) Stivheten beregnes som en midlere feltvis stivhet, på grunnlag av momentfordelingen, dvs. forholdet mellom lengden av området med positive feltmomenter til lengden av området med negative støttemomenter. Momentnullpunktene bestemmer lengdene for vedkommende felt. Ved beregning av midlere stivhet kan det tas hensyn til at deler av platen kan være urisnet dersom det anses nødvendig. Dette kompliserer beregningen noe, og om det gjøres, bør det også tas hensyn til betongens medvirkning mellom rissene og betongens svinn, da det her er motvirkende effekter.

I tabellene for momentene gjelder nedbøyningen δ_1 hvor søylestripen er i x-retningen, og δ_2 hvor søylestripen er i y-retning. Søylestripe 1 (indre stripe) legges til grunn for beregning av momenter og nedbøyninger i søylestripen.

Innfører størrelsene $\kappa = x/l$, og $\kappa' = 1 - \kappa$.

Koordinatssystemet med betegnelser og nummerering av akser er vist på Figur 5.

D.2 Momenter for ulike platefelt

D.2.1 Platefelt A

Platefelt A er hjørnefelt (også randfelt). Forutsetter at det ikke er noen randbjelke og at en eventuell torsjonsinnspenning i ytterste søylestripe, som i Tillegg A, neglisjeres. Likevekten er ikke avhengig av denne.

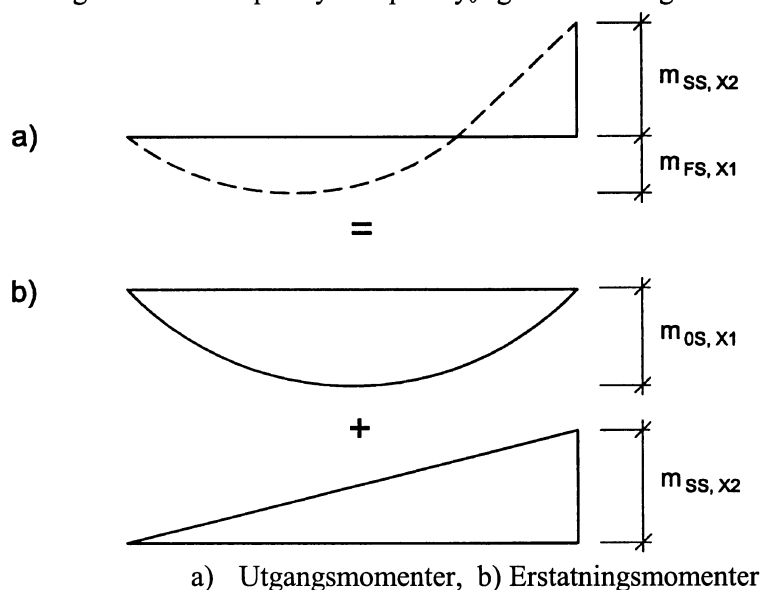
Momentene er usymmetrisk fordelt. x- og y-retningen har samme randbetingelser.

D.2.1.1 Søylestripe i x-retning

Momentene bestemmes for stripene gjennom y_0 og y_2 i området mellom x_0 og x_2 .

Momentkoeffisientene m_{ii} , som er de samme for stripene gjennom y_0 og y_2 , tas fra tabell A.1.

Momentet er som vist på Figur D.1 a). Hvorvidt nedbøyningen i x-stripen gjennom y_0 hhv y_2 blir like avhenger av bredden på søylestripen i y_0 og den armeringen som er innlagt i stripene.



Figur D.1 : Erstatningsmomenter for Søylestripe i Platefelt A

I dette usymmetriske tilfellet er utgangsmomentene etter tabell A.1:

$$m_{SS,x0} = 0, m_{FS,x1} = 0,0936 gl_x^2, m_{SS,x2} = -0,193 gl_x^2$$

Momentet i et vilkårlig punkt (x) i søylestripen, uttrykt med erstatningsmomentene:

$$m_{XS,i} = 4 m_{0S,x1} (\kappa - \kappa^2) + \kappa m_{SS,x2} \quad (D.1)$$

Videre er :

$$dm_{XS,i,\kappa}/d\kappa = m'_{XS,i,\kappa} = 4 m_{0S,x1} (1 - 2\kappa) + m_{SS,x2}, \text{ som med betingelsen}$$

$$m'_{XS,i,\kappa} = 0 \text{ gir } \kappa_m \text{ for maksimalmomentet :}$$

$$\kappa_m = [4 m_{0S,x1} + m_{SS,x2}] / 8 m_{0S,x1} \quad (D.2)$$

Med (D.2) innsatt i (D.1), og med tallverdiene for utgangsmomentene innsatt, herunder at maksimalmomentet i felt = $m_{FS,x1} = 0,0936 gl_x^2$, oppstår bestemmelseslikningen for $m_{0S,x1}$:

$$(m_{0S,x1})^2 - 0,1901 m_{0S,x1} + 0,0023813 = 0$$

som har som løsning $m_{0S,x1} = 0,1766 gl_x^2$

Løsningen kan kontrolleres : Bestemmer κ_m med (D.2):

$$\kappa_m = (4 \times 0,1766 - 0,193) / (8 \times 0,1766) = 0,363$$

Denne verdi for κ_m innsatt i (D.1) gir $m_{XS,max} = 0,0933$, dvs. avvik = $(0,0936 - 0,0933) / 0,0936 = 0,3 \%$

Momentnullpunktet bestemmes med betingelsen :

$$4 \times 0,1766 (\kappa_0 - \kappa_0^2) - 0,193 \kappa_0 = 0, \text{ som har til løsning } \kappa_{00} = 0 \text{ og } \kappa_{02} \cong 0,73$$

D.2.1.2 Feltstripe i y-retning

Momentfordelingen er analog til situasjonen for søylestripen, med andre momentverdier. Momentet bestemmes for feltstripen gjennom x_1 mellom y_0 og y_2 . Utgangsmomentene fra tabell A.1:

$m_{FF,Y1} = 0,0624gl_y^2$ og $m_{SF,Y2} = -0,0535gl_y^2$, hvor momentfunksjonen etter den generelle formelen med erstatningsmomentene kan skrives:

$$m_{YF,i} = 4m_{0F,Y1}(\kappa - \kappa^2) + \kappa m_{SF,Y2}$$

Med samme fremgangsmåte som for søylestripen beregnes det statisk bestemte erstatningsmomentet:

$$m_{0F,Y} = 0,087gl_y^2$$

Momentnullpunktet inntreffer for $\kappa_{02} = 0,85$.

D.2.1.3 Søylestripe i y-retning

Søylestripen i y-retning er identisk med søylestripe i x-retningen, dvs. $m_{0S,Y} = 0,1766gl_y^2$.

D.2.1.4 Feltstripe i x-retning

Feltstripen i x-retning er identisk med feltstripe i y-retningen, dvs. $m_{0F,X} = 0,087gl_x^2$

Tabell D.1: Momenter for å beregne nedbøyningene i Platefelt A

δ_1	For beregning av $\delta_1 = \delta_x^S + \delta_y^F$	δ_2	For beregning av $\delta_2 = \delta_y^S + \delta_x^F$
δ_x^S	$m_{0S,X1} = +0,1766gl_x^2$ $m_{SS,X2} = -0,1930gl_x^2$	δ_y^S	$m_{0S,Y1} = +0,1766gl_y^2$ $m_{SS,Y2} = -0,1930gl_y^2$
δ_y^F	$m_{0F,Y1} = +0,0870gl_y^2$ $m_{SF,Y2} = -0,0535gl_y^2$	δ_x^F	$m_{0F,X1} = +0,0870gl_x^2$ $m_{SF,X2} = -0,0535gl_x^2$

D.2.2 Platefelt B(X)

D.2.2.1 Søylestripe i x-retning

Tilfellet, som er analogt til Platefelt D, har følgende utgangsmomenter:

$$m_{SS,X2} = -0,1930gl_x^2, \quad m_{SS,X4} = -0,142gl_x^2, \quad m_{FS,X3} = 0,0432gl_x^2$$

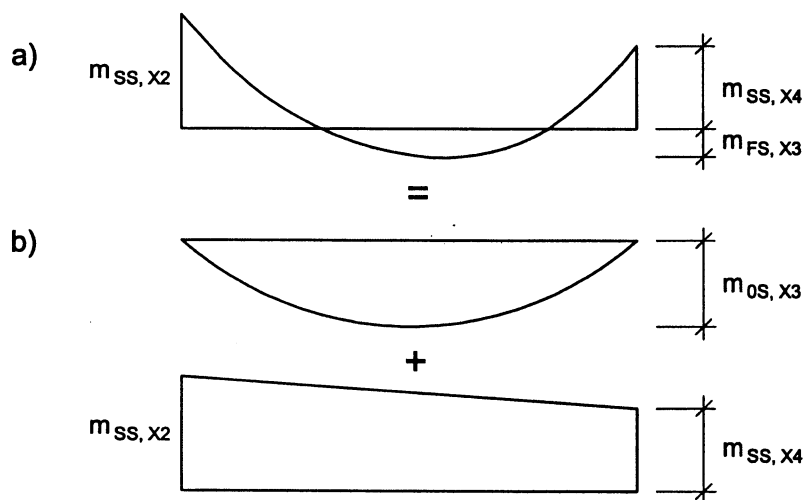
Det generelle uttrykk for momentet som funksjon av κ er:

$$m_{XS,i} = 4m_{FS,X3}(\kappa - \kappa^2) + (1 - \kappa)m_{SS,X2} + \kappa m_{SS,X4} \quad (D.3)$$

som med utvikling analogt til Platefelt A gir $m_{0S,X3} = +0,210gl_x^2$

Momentnullpunktene inntreffer for $\kappa_{02} = 0,30$ og $\kappa_{04} = 0,76$.

Erstatningsmomentene er som vist på figur D.2



Figur D.2 : Erstatningsmomenter i Søylestripe i x-retning for Platefelt B (X)

D.2.2.2 Feltstripe i y-retning

Feltstripe i y-retning er identisk med feltstripe i y-retning for Platefelt A og C.

D.2.2.3 Søylestripe i y-retning

Søylestripe i y-retning er identisk med søylestripe i y-retning for Platefelt A og C.

D.2.2.4 Feltstripe i x-retning

Feltstripen er identisk med feltstripe i x-retning for Platefelt D, dvs. erstatningsmomentene blir:

$$m_{0F,X3} = +0,07514gl_x^2, \quad m_{FS,X2} = -0,0535gl_x^2, \quad m_{FS,X4} = -0,0395gl_x^2$$

Tabell D.2: Momenter for å beregne nedbøyningene i Platefelt B(X)

δ_1	For beregning av $\delta_1 = \delta_x^S + \delta_y^F$	δ_2	For beregning av $\delta_2 = \delta_y^S + \delta_x^F$
δ_x^S	$m_{0S,X3} = +0,210gl_x^2$ $m_{SS,X2} = -0,193gl_x^2$ $m_{SS,X4} = -0,142gl_x^2$	δ_y^S	$m_{0S,Y1} = +0,1766gl_y^2$ $m_{SS,Y2} = -0,1930gl_y^2$
δ_y^F	$m_{0F,Y1} = +0,0870gl_y^2$ $m_{SF,Y2} = -0,0535gl_y^2$	δ_x^F	$m_{0F,X3} = +0,0752gl_x^2$ $m_{SF,X2} = -0,0535gl_x^2$ $m_{SF,X4} = -0,0395gl_x^2$

D.2.3 Platefelt C(X)

D.2.3.1 Søylestripe i x-retning

Momentfordelingen er identisk med Platefelt F, og har følgende erstatningsmomenter (symmetri):

$$m_{SS,X6} = -0,142 \, gl_x^2, \quad m_{0S,5} = 0,1972 \, gl_x^2$$

D.2.3.2. Feltstripe i y-retning

Momentfordelingen er analog til i Platefelt A, med utgangsmomenter:

$$m_{FF,Y1} = 0,062 \, gl_y^2, \quad m_{SF,Y2} = -0,0535 \, gl_y^2$$

og erstatningsmomenter:

$$m_{0F,Y1} = 0,087 \, gl_y^2, \quad m_{SF,Y2} = -0,0535 \, gl_y^2$$

D.2.3.3 Søylestripe i y-retning

Momentfordelingen er analog til i Platefelt A, med utgangsmomenter :

$$m_{FS,Y1} = 0,0936 \, gl_y^2, \quad m_{SS,Y2} = -0,1930 \, gl_y^2$$

og erstatningsmomenter :

$$m_{0S,Y1} = 0,1766 \, gl_y^2, \quad m_{SS,Y2} = -0,1930 \, gl_y^2$$

D.2.3.4 Feltstripe i x-retning

Momentfordelingen er også her identisk med Platefelt F, og har følgende erstatningsmomenter:

$$m_{SF,X6} = -0,0395 \, gl_x^2, \quad m_{0F,X5} = 0,0763 \, gl_x^2$$

Tabell D.3: Momenter for beregning av nedbøyningene for Platefelt C(X)

δ_1	For beregning av $\delta_1 = \delta_x^S + \delta_y^F$	δ_2	For beregning av $\delta_2 = \delta_y^S + \delta_x^F$
δ_x^S	$m_{0S,X5} = +0,1972 \, gl_x^2$ $m_{SS,X6} = -0,1420 \, gl_x^2$	δ_y^S	$m_{0S,Y1} = +0,1766 \, gl_y^2$ $m_{SS,Y2} = -0,1930 \, gl_y^2$
δ_y^F	$m_{0F,Y1} = +0,0870 \, gl_y^2$ $m_{SF,Y2} = -0,0535 \, gl_y^2$	δ_x^F	$m_{0S,X5} = +0,0763 \, gl_x^2$ $m_{SF,X6} = -0,0395 \, gl_x^2$

Platefelt C(Y) vil være et speilbilde av C(X).

D.2.4 Platefelt D

D.2.4.1 Søylestripe i x-retning

Momentene i platefelt D er identiske med momentene i platefelt B, se figur 5 og figur D.2.

Bruker stripene y_2 eller y_4 i området mellom x_2 og x_4 som referanse

$$\begin{aligned} \text{Utgangsmomentene er : } m_{SS,X2} &= -0,193 \, gl_x^2, \quad m_{SS,X4} = -0,142 \, gl_x^2, \quad m_{FS,X3} = 0,0432 \, gl_x^2 \\ m_{XSi} &= 4 \, m_{0S,X3} (\kappa - \kappa^2) + (1 - \kappa) m_{SS,X2} + \kappa m_{SS,X4} \end{aligned} \quad (D.4)$$

som har erstatningsmomentene:

$$m_{SS,X2} = -0,193 \, gl_x^2, \quad m_{SS,X4} = -0,142 \, gl_x^2, \quad m_{0S,X3} = 0,210 \, gl_x^2$$

Feltmomentet har største verdi for $\kappa = 0,53$. Momentnullpunktene inntreffer for $\kappa_{02} = 0,30$ og $\kappa_{04} = 0,76$.

D.2.4.2 Feltstripe i y-retning

Feltstripen i y-retning er identisk med feltstripen i x-retningen, dvs.:

$$m_{SF,Y2} = -0,0535 gl_y^2, m_{SF,Y4} = -0,0355 gl_y^2, m_{0F,Y3} = 0,07514 gl_y^2$$

D.2.4.3 Søylestripe i y-retning

Søylestripen i y-retningen er identisk med søylestripen i x-retningen.

D.2.4.4 Feltstripe i x-retning

Utgangsmomentene er :

$$m_{SF,X2} = -0,0535 gl_x^2, m_{SF,X4} = -0,0395 gl_x^2, m_{FF,X3} = 0,0288 gl_x^2$$

Som gir erstatningsmomentene:

$$m_{SF,X2} = -0,0535 gl_x^2, m_{SF,X4} = -0,0355 gl_x^2, m_{0F,X3} = 0,07514 gl_x^2$$

Momentnullpunktene inntreffer for $\kappa_{02} = 0,22$ og $\kappa_{04} = 0,83$.

Tabell D.4: Momenter for beregning av nedbøyningene i Platefelt D

δ_1	For beregning av $\delta_1 = \delta_x^S + \delta_y^F$	δ_2	For beregning av $\delta_2 = \delta_y^S + \delta_x^F$
δ_x^S	$m_{0S,X3} = +0,210 gl_x^2$ $m_{SS,X2} = -0,193 gl_x^2$ $m_{SS,X4} = -0,142 gl_x^2$	δ_y^S	$m_{0S,Y3} = +0,210 gl_y^2$ $m_{SS,Y2} = -0,193 gl_y^2$ $m_{SS,Y4} = -0,142 gl_y^2$
δ_y^F	$m_{0F,Y3} = +0,0752 gl_y^2$ $m_{SF,Y2} = +0,0535 gl_y^2$ $m_{SF,Y4} = -0,0395 gl_y^2$	δ_x^F	$m_{0F,X3} = +0,0752 gl_x^2$ $m_{SF,X2} = -0,0535 gl_x^2$ $m_{SF,X4} = -0,0395 gl_x^2$

D.2.5 Platefelt E(X)

D.2.5.1 Søylestripe i x-retning

δ_x^S er identisk med δ_x^S for Platefelt F, dvs. vi har følgende erstatningsmomenter:

$$m_{0S,X5} = 0,1972 gl_x^2, m_{SS,X4} = m_{SS,X6} = -0,142 gl_x^2 \text{ (konstant)}$$

D.2.5.2 Feltstripe i y-retning

δ_y^F er identisk med δ_y^F for Platefelt D, dvs. vi har følgende erstatningsmoment: $m_{0F,Y3} = 0,0752 gl_y^2$

D.2.5.3 Søylestripe i y-retning

δ_y^S er identisk med δ_y^S for Platefelt D, dvs. vi har følgende erstatningsmoment: $m_{0S,Y3} = 0,210 gl_y^2$

D.2.5.4 Feltstripe i x-retning

δ_x^F er identisk med δ_x^F for Platefelt F, dvs. vi har følgende erstatningsmoment: $m_{0F,X5} = 0,0763 \text{ gl}_x^2$.

Tabell D.5: Momenter for beregning av nedbøyningene i Platefelt E(X)

δ_1	For beregning av $\delta_1 = \delta_x^S + \delta_y^F$	δ_2	For beregning av $\delta_2 = \delta_y^S + \delta_x^F$
δ_x^S	$m_{0S,X5} = + 0,1972 \text{ gl}_x^2$ $m_{SS,X6} = - 0,1420 \text{ gl}_x^2$	δ_y^S	$m_{0S,Y3} = + 0,210 \text{ gl}_y^2$ $m_{SS,Y3} = - 0,193 \text{ gl}_y^2$ $m_{SS,Y4} = - 0,142 \text{ gl}_y^2$
δ_y^F	$m_{0F,Y3} = + 0,0752 \text{ gl}_y^2$ $m_{SS,Y2} = - 0,0535 \text{ gl}_y^2$ $m_{SF,Y4} = - 0,0395 \text{ gl}_y^2$	δ_x^F	$m_{0F,X5} = + 0,0763 \text{ gl}_x^2$ $m_{SF,X6} = - 0,0395 \text{ gl}_x^2$

D. 2.6 Platefelt F

Som innerfelt med mer enn to felt til hver side er det symmetriske forhold, både for søyle- og feltstriper, i begge retninger.

D.2.6.1 Søylestripe i x-retning

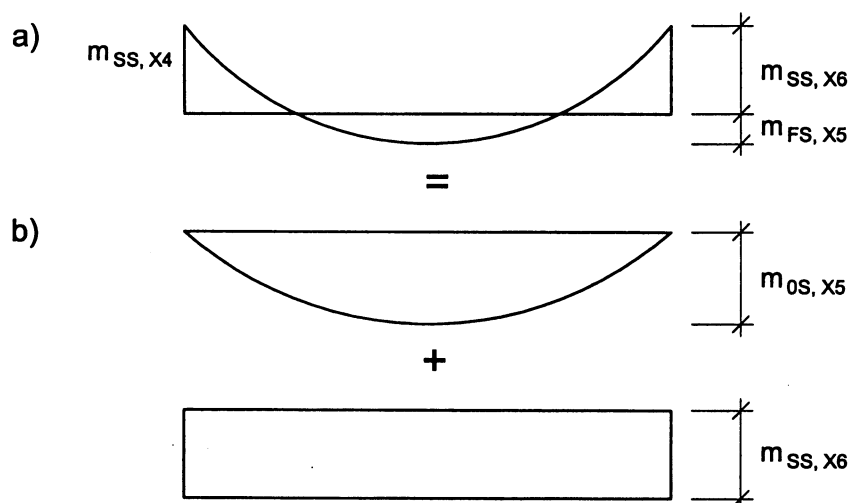
Bruker stripene y_4 eller y_6 i området mellom x_4 og x_6 som referanse.

Utgangsmomentene bestemt med koeffisientene i tabell A.1 er som vist under a) på figur D.3.

I dette symmetriske tilfellet er $m_{0S,X5} = m_{FS,X5} - m_{SS,X6} = (0,0552 + 0,142) \text{ gl}^2 = 0,1972 \text{ gl}^2$

Totalmomentet beskrives med summen av de to momentene er $m_{XS,i} = 4 m_{0S,X5} (\kappa - \kappa^2) + m_{SS,X6}$

Momentnullpunktene bestemmes med tallverdiene innsatt : $4 \times 0,1972(\kappa - \kappa^2) - 0,142 = 0$, som gir til svar: $\kappa_{06} = 0,76$ og $\kappa_{04} = 0,24$, dvs. positive feltmomenter i ca. halve spennvidden.



a) Utgangsmomenter og b) Erstatningsmomenter

Figur D.3 : Erstatningsmomenter for Søylestripe for Platefelt F

D.2.6.2 Feltstripe i x-retning

Feltstripen i y-retning er identisk med feltstripen i x-retning, dvs. full symmetri.

Momentene er: $m_{SF,i-1,X} = -0,0395gl_x^2$, $m_{SF,i+1,X} = -0,0395gl_x^2$, $m_{SS,i,X} = +0,0368gl_x^2$

Momentforløpet er analogt til momentforløpet for søylestripen.

Erstatningsmomentene er:

$$m_{SF,i-1,x} = m_{SF,i+1,x} = -0,0395gl_x^2, \text{ og } m_{0F,i,X} = (0,0395 + 0,0368)gl_x^2 = 0,0763gl_x^2$$

$$m_{XF,,x} = 4 m_{0F,i,X} (\kappa - \kappa^2) + m_{SF,i-1,x}$$

Med verdiene innsatt kan nullpunktene bestemmes:

$4 \times 0,0763(\kappa - \kappa^2) - 0,395 = 0$, som har løsninger $\kappa_{05} = 0,15$, og $\kappa_{06} = 0,85$

dvs. feltet utgjør 70 % av spennvidden.

Tabell D.6: Momenter for beregning av nedbøyningene i Platefelt F

δ_1	For beregning av $\delta_1 = \delta_x^S + \delta_y^F$	δ_2	For beregning av $\delta_2 = \delta_y^S + \delta_x^F$
δ_x^S	$m_{0S,X5} = +0,1972gl_x^2$ $m_{SS,X6} = -0,1420gl_x^2$	δ_y^S	$m_{0S,Y5} = +0,1972gl_y^2$ $m_{SS,Y6} = -0,1420gl_y^2$
δ_y^F	$m_{0F,Y5} = +0,0763gl_y^2$ $m_{SF,Y6} = -0,0395gl_y^2$	δ_x^F	$m_{0S,X5} = +0,0763gl_x^2$ $m_{SF,X6} = -0,0395gl_x^2$

Merk : $m_{SS,i+1,x} = -0,142gl_x^2$ og $m_{SS,i+1,y} = -0,142gl_y^2$, dvs. konstant moment

Disse momentene gjelder for alle innerfelt hvor det er lik eller flere enn to felt nærmere randen.

D.3 Nedbøyninger for ulike platefelt

D.3.1 Momentfordelinger

Med erstatningsmomentene kan nedbøyningene bestemmes formelmessig. Bestemmer nedbøyningene i Platefeltene A, BX, CX, D, EX og F, hvor A, D og F er symmetriske hvis spennviddene og stivhetene er like i x- og y-retning, se figur 5. Nedbøyningene av feltene med y-indeks bestemmes ved systematisk å skifte x med y og y med x.

Momentfordelingen har tre typiske tilfelle avhengig av hvordan den negative momentet (det statisk ubestemte momentet) varierer:

- i) Det statisk ubestemte momentet er triangulært, som opptrer for
 - Platefelt A i begge retninger
 - Platefelt BX.....i y-retning
 - Platefelt CX.....i y-retning
- ii) Det statisk ubestemte momentet er trapesformet, som opptrer for
 - Platefelt D i begge retninger
 - Platefelt BX i x-retning
 - Platefelt EX i y-retning
- iii) Det statisk ubestemte momentet er konstant, som opptrer for
 - Platefelt F i begge retninger (generelt innerfelt)
 - Platefelt CX i x-retning
 - Platefelt EX i x-retning

Søylestriper og feltstriper har samme opplagsbetingelser og prinsipielle momentfordeling, men det er ikke samme forhold mellom støtte- og feltnomenter i de to tilfellene.

D.3.2 Tilfelle i)

Det generelle uttrykk for nedbøyningen, regnet fra fri ende, og hvor lasten som forårsaker det statisk bestemte momentet forutsettes jevnt fordelt, uttrykt med søylestripens symboler er:

$$\delta_{\kappa}^S = m_{0S,1} l^2 (\kappa - 2\kappa^3 + \kappa^4)/3EI + m_{SS,2} l^2 (\kappa - \kappa^3)/6EI \quad (D.5)$$

hvor κ regnes fra $x = 0$ henholdsvis $y = 0$, og hvor EI er en representativ midlere verdi for stivheten i stripen.

For å bestemme snittet med størst nedbøyning :

$$\begin{aligned} d\delta_{\kappa}^S/d\kappa &= m_{0S,1} l^2 (1 - 6\kappa^2 + 4\kappa^3)/3EI + m_{SS,2} l^2 (1 - 3\kappa^2)/6EI \\ d\delta_{\kappa}^S/d\kappa &= 0 \Rightarrow m_{0S,1} (1 - 6\kappa^2 + 4\kappa^3)/3 + m_{SS,2} (1 - 3\kappa^2)/6 = 0 \\ m_{0S,1}/3 - 2m_{0S,1} \kappa^2 + 4m_{0S,1} \kappa^3/3 + m_{SS,2}/6 - m_{SS,2} \kappa^2/2 &= 0 \\ 4m_{0S,1} \kappa^3/3 - (2m_{0S,1} + m_{SS,2}/2) \kappa^2 + (m_{0S,1}/3 + m_{SS,2}/6) &= 0 \end{aligned} \quad (D.6)$$

Alle momentledd har gl^2 som multiplikator, trenger derfor bare å bruke koeffisientene $k_{mn,xi}$ og $k_{mn,yi}$ for erstatningsmomentene fra tabellene under punkt D.2. for δ_x^S hhv. δ_y^S og δ_x^F hhv. δ_y^F .

D.3.2.1 Søylestripen

For følgende Platefelt: A : For beregning av δ_x^S og δ_y^S
 BX: For beregning av δ_y^S
 CX: For beregning av δ_y^S

gjelder momentkoeffisientene: $k_{0S,X1} = 0,1766$ og $k_{SS,X2} = -0,1930$ som innsatt i ligning (D.6) gir

$\kappa^3 - 1,0902\kappa^2 + 0,1134 = 0$, med løsning $\kappa \cong 0,41$, som gir verdien for største nedbøyning:

$$\delta_{\max}^S = m_{0S,X1} l^2(0,41 - 2 \times 0,41^3 + 0,41^4)/3EI + m_{SS,2} l^2(0,41 - 0,41^3)/6EI$$

$$\delta_{\max}^S = m_{0S,X1} l^2(0,10014)/EI + m_{SS,2} l^2(0,05685)/EI = 0,1766 \times 0,10014 \text{ g}l^4/EI - 0,1930 \times 0,05685 \text{ g}l^4/EI$$

$$\delta_{\max}^S = 0,017685 \text{ g}l^4/EI_x^F - 0,010971 \text{ g}l^4/EI_x^S = \underline{0,00672 \text{ g}l^4/EI_{x,m}} \text{ som gjelder slik:}$$

$$\text{For AX er } \delta_{\max,x}^S = \underline{0,00672 \text{ g}l^4/EI_{AX,m}^S} \text{ og } \delta_{\max,y}^S = \underline{0,00672 \text{ g}l^4/EI_{AY,m}^S}$$

$$\text{For BX er } \delta_{\max,y}^S = \underline{0,00672 \text{ g}l^4/EI_{BY,m}^S}$$

$$\text{For CX er } \delta_{\max,y}^S = \underline{0,00672 \text{ g}l^4/EI_{CY,m}^S}$$

D.3.2.2 Feltstripen

For følgende Platefelt: AX: For beregning av δ_x^F og δ_y^F
 BX: For beregning av δ_y^F
 CX: For beregning av δ_y^F

er erstatningsmomentene : $m_{FF,0} = 0,087 \text{ g}l^2$ og $m_{SF,2} = -0,0535 \text{ g}l^2$

$$\delta_y^F = m_{0F,X1} l^2(\kappa - 2\kappa^3 + \kappa^4)/3EI + m_{SF,2} l^2(\kappa - \kappa^3)/6EI, \text{ som gir} \quad (D.7)$$

$$d\delta_y^F/d\kappa = 0 \Rightarrow m_{0F,Y1}(1 - 6\kappa^2 + 4\kappa^3)/3 + m_{SF,2}(1 - 3\kappa^2)/6 = 0$$

$$4m_{0F,Y1} \kappa^3/3 - (2m_{0F,Y1} + m_{SF,2}/2) \kappa^2 + (m_{0F,Y1}/3 + m_{SF,2}/6) = 0$$

$$4 \times 0,087 \kappa^3/3 - (2 \times 0,087 - 0,0535/2) \kappa^2 + (0,087/3 - 0,0535/6) = 0$$

$\kappa^3 - 1,2694\kappa^2 + 0,17313 = 0$, med løsning $\kappa = 0,46$, som innsatt i uttrykket for δ_y^F gir

$$\delta_{\max,y}^F = 0,087 \text{ g}l^4_y(0,46 - 2 \times 0,46^3 + 0,46^4)/3EI + 0,0535 \text{ g}l^4_y(0,46 - 0,46^3)/6EI$$

$$\delta_{\max,y}^F = 0,087 \text{ g}l^4_y(0,310098)/3EI + 0,0535 \text{ g}l^4_y(0,362664)/6EI$$

$$\delta_{\max,y}^F = 0,0089928 \text{ g}l^4_y/EI_y^F - 0,0032278 \text{ g}l^4_y/EI_y^S$$

$$\delta_{\max,y}^F = \underline{0,00577 \text{ g}l^4_y/EI_{y,m}}$$

D.3.2.3 Største nedbøyning i Platefelt A:

$$\delta_{A1,g} = \delta_x^S + \delta_y^F = 0,006724 \text{ g}l_x^4/EI_{AX,m}^S + 0,00577 \text{ g}l_y^4/EI_{AY,m}^F \quad (D.8)$$

$$\delta_{A2,g} = \delta_y^S + \delta_x^F = 0,00658 \text{ g}l_y^4/EI_{AY,m}^S + 0,00573 \text{ g}l_x^4/EI_{AX,m}^F \quad (D.9)$$

$$\underline{\delta_{Ag} = (\delta_{A1,g} + \delta_{A2,g})/2}$$

Hvis $l_x = l_y$ og $EI_x = EI_y$ er $\delta_{A1,g} \equiv \delta_{A2,g}$, dvs. $\delta_{Ag} = \delta_{A1,g}$

D. 3.3 Tilfelle ii)

Det generelle uttrykk for nedbøyningen er:

$$\delta_x = m_{0S,X3} l^2 (\kappa - 2\kappa^3 + \kappa^4)/3EI + m_{SS,X2} l^2 (\kappa' - \kappa'^3)/6EI + m_{SS,X4} l^2 (\kappa - \kappa^3)/6EI \quad (D.10)$$

Her er $\kappa' = (1 - \kappa) \Rightarrow \kappa'^3 = (1 - \kappa)(1 - \kappa)^2 = (1 - 3\kappa + 3\kappa^2 - \kappa^3)$ og $(\kappa' - \kappa'^3) = 2\kappa - 3\kappa^2 + \kappa^3$, dvs.

$$\delta_x = l^2 [m_{0S,X3} (2\kappa - 4\kappa^3 + 2\kappa^4) + m_{SS,X2} (2\kappa - 3\kappa^2 + \kappa^3) + m_{SS,X4} (\kappa - \kappa^3)]/6EI$$

$$d\delta_x/d\kappa = l^2 [m_{0S,X3} (2 - 12\kappa^2 + 8\kappa^3) + m_{SS,X2} (2 - 6\kappa + 3\kappa^2) + m_{SS,X4} (1 - 3\kappa^2)]/6EI$$

$$d\delta_x/d\kappa = l^2 [8m_{0S,X3} \kappa^3 - (12m_{0S,X3} - 3m_{SS,X2} + 3m_{SS,X4}) \kappa^2 - 6m_{SS,X2} \kappa + (2m_{0S,X3} + 2m_{SS,X2} + m_{SS,X4})]/6EI \quad (D.11)$$

D.3.3.1 Søylestripen

For følgende Platefelt: BX: For beregning av δ_x^S
DX: For beregning av δ_x^S og δ_y^S
EX: For beregning av δ_y^S

gjelder følgende erstatningsmomenter:

$$m_{0S,X3} = 0,210, m_{SS,X2} = -0,1930 \text{ og } m_{SS,X4} = -0,142,$$

som med $d\delta_x/d\kappa = 0$ for å bestemme snittet med størst nedbøyning, gir bestemmelsesligningen for κ :

$$8 \times 0,210\kappa^3 - (12 \times 0,210 + 3 \times 0,1930 - 3 \times 0,142) \kappa^2 + 6 \times 0,193\kappa + (2 \times 0,210 - 2 \times 0,193 - 0,142) = 0 \quad (D.12)$$

$$1,68\kappa^3 - (2,52 + 0,579 - 0,426) \kappa^2 + 1,158\kappa + (0,42 - 0,386 - 0,142) = 0$$

$$1,68\kappa^3 - 2,673\kappa^2 + 1,158\kappa - 0,108 = 0$$

$$\kappa^3 - 1,5911\kappa^2 + 0,6893\kappa - 0,0643 = 0, \text{ som har til løsning : } \kappa \cong 0,55$$

For $\kappa = 0,55$ og $\kappa' = 0,45$ er nedbøyningen :

$$\delta_x^S = 0,210g l^4 (0,55 - 2 \times 0,55^3 + 0,55^4)/3EI - 0,193g l^4 (0,45 - 0,45^3)/6EI - 0,142g l^4 (0,55 - 0,55^3)/6EI$$

$$\delta_x^S = 0,210g l^4 (0,55 - 0,33275 + 0,09151)/3EI - 0,193g l^4 (0,45 - 0,09113)/6EI - 0,142g l^4 (0,55 - 0,16638)/6EI$$

$$\delta_x^S = 0,02161g l^4/EI - 0,01154g l^4/EI - 0,00908g l^4/EI$$

$$\delta_x^S = \underline{0,00099g l^4/EI_{X,m}^S} \quad \delta_y^S = \underline{0,00099g l^4/EI_{Y,m}^S}$$

D.3.3.2 Feltstripen

For følgende Platefelt: BX: For beregning av δ_x^F
D : For beregning av δ_x^F og δ_y^F
EX: For beregning av δ_y^F

er erstatningsmomentene

$$m_{0F,X3} = 0,0752gl^2, m_{SF,X2} = -0,0535gl^2 \text{ og } m_{SF,X4} = -0,0395gl^2,$$

som innsatt i funksjonen $d\delta_x/d\kappa$ gir:

$$d\delta_x/d\kappa = gl^2[8 \times 0,0752 \kappa^3 - (12 \times 0,0752 + 3 \times 0,0535 - 3 \times 0,0395) \kappa^2 + 6 \times 0,0535 \kappa + (2 \times 0,0752 - 2 \times 0,0535 - 0,0395)]/6EI$$

$$d\delta_x/d\kappa = gl^2[0,6016\kappa^3 - (0,9024 + 0,1605 - 0,1185) \kappa^2 + 0,321\kappa + (0,1504 - 0,107 - 0,0395)]/6EI$$

$$d\delta_x/d\kappa = gl^2[0,6016\kappa^3 - 0,9444\kappa^2 + 0,321\kappa + 0,0039]/6EI$$

$$d\delta_x/d\kappa = 0 \text{ gir}$$

$$\kappa^3 - 1,5698\kappa^2 + 0,53358\kappa + 0,00648 = 0, \text{ som har til løsning } \kappa = 0,52 \text{ og } \kappa' = 0,48$$

denne verdien innsatt i det generelle uttrykk for nedbøyningen:

$$\delta_x^F = m_{0F,0} l^2(\kappa - 2\kappa^3 + \kappa^4)/3EI + m_{SF,2} l^2(\kappa' - \kappa'^3)/6EI + m_{SF,4} l^2(\kappa - \kappa^3)/6EI$$

$$\delta_x^F = 0,0752gl^4(0,52 - 2 \times 0,52^3 + 0,52^4)/3EI - 0,0535gl^4(0,48 - 0,48^3)/6EI - 0,0395gl^4(0,52 - 0,52^3)/6EI$$

$$\delta_x^F = 0,0752gl^4(0,52 - 0,28122 + 0,073116)/3EI - 0,0535gl^4(0,48 - 0,11059)/6EI - 0,0395gl^4(0,52 - 0,14061)/6EI$$

$$\delta_x^F = 0,0752gl^4 \times 0,10397/EI - 0,0535gl^4 \times 0,06157/EI - 0,0395gl^4 \times 0,063232/EI$$

$$\delta_x^F = 0,0078133gl^4/EI - 0,003294gl^4/EI - 0,002462gl^4/EI_{X,m}^F$$

$$\delta_x^F = 0,002057gl^4/EI_{X,m}^F \quad \delta_y^F = 0,002057gl^4/EI_{Y,m}^F$$

D.3.3.3 Største nedbøyning for Platefeltene B og D

Platefelt B: $\delta_{B,g} = (\delta_{B1,g} + \delta_{B2,g})/2$ hvor

$$\delta_{B1,g} = \delta_x^S + \delta_y^F = 0,00099gl_x^4/EI_{BX,m}^S + 0,00577gl_y^4/EI_{BY,m}^F \quad (D.13)$$

$$\delta_{B2,g} = \delta_y^S + \delta_x^F = 0,00672gl_y^4/EI_{BY,m}^S + 0,002057gl_x^4/EI_{BX,m}^F \quad (D.14)$$

Platefelt D: $\delta_{D,g} = (\delta_{D1,g} + \delta_{D2,g})/2$ hvor

$$\delta_{D1,g} = \delta_x^S + \delta_y^F = 0,00099gl_x^4/EI_{DX,m}^S + 0,002057gl_y^4/EI_{DY,m}^F \quad (D.15)$$

$$\delta_{D2,g} = \delta_y^S + \delta_x^F = 0,00099gl_y^4/EI_{DY,m}^S + 0,002057gl_x^4/EI_{DX,m}^F \quad (D.16)$$

D.3.4 Tilfelle iii)

Det generelle uttrykk for nedbøyningen er:

$$\delta_x = m_{0S,X5} l_x^2 (\kappa - 2\kappa^3 + \kappa^4)/3EI + m_{SS,X4} l_x^2 (\kappa' - \kappa'^3)/6EI + m_{SS,X6} l_x^2 (\kappa - \kappa^3)/6EI \quad (D.17)$$

hvor $m_{SS,X4} = m_{SS,X6}$

Den største nedbøyningen inntreffer midt i feltet, dvs. $\kappa' = \kappa = 0,5$, som innsatt i (D.17) gir

$$\delta_x = 0,1042 m_{0S,X5} l_x^2 / EI + 0,125 m_{SS,X4} l_x^2 / EI \quad (D.18)$$

D.3.4.1 Søylestripen

Med erstatningsmomenter $m_{0S,X5} = 0,1972 g l_x^2$ og $m_{SS,X4} = m_{SS,X6} = -0,142 g l_x^2$, gjelder nedbøyningsverdien, med verdiene innsatt i (D.18)

for følgende Platefelt: CX: For beregning av δ_x^S
EX: For beregning av δ_x^S
FX: For beregning av δ_x^S og δ_y^S

$$\text{maks } \delta_{x5}^S = 0,1042 \times 0,1972 g l_x^4 / EI_{x5}^S - 0,125 \times 0,142 g l_x^4 / EI_{x4}^S \quad (D.19)$$

$$\text{maks } \delta_{x5}^S = 0,02055 g l_x^4 / EI_{x5}^S - 0,01775 g l_x^4 / EI_{x4}^S$$

$$\text{maks } \delta_{x5}^S = 0,0028 g l_x^4 / EI_{x5,m}^S$$

D.3.4.2 Feltstripen

Med erstatningsmomentene $m_{0F,X5} = 0,0763 g l^2$ og $m_{SF,Y4} = -0,0395 g l^2$ gjelder nedbøyningsverdien

for følgende Platefelt: CX: For beregning av δ_x^F
EX: For beregning av δ_x^F
F : For beregning av δ_x^F og δ_y^F

Med erstatningsmomentene innsatt i (D.18) blir største nedbøyning bestemt av :

$$\text{maks } \delta_x^F = 0,1042 \times 0,0763 g l_x^4 / EI_{x5}^F - 0,125 \times 0,0395 g l_x^4 / EI_{x4}^F \quad (D.20)$$

$$\text{maks } \delta_x^F = 0,00795 g l_x^4 / EI_{x5}^F - 0,00494 g l_x^4 / EI_{x4}^F$$

$$\text{maks } \delta_x^F = 0,00301 g l_x^4 / EI_{x5,m}^F$$

D.3.4.3 Største nedbøyning for Platefeltene C, E og F

Platefelt C: $\delta_{C,g} = (\delta_{C1,g} + \delta_{C2,g})/2$ hvor

$$\delta_{C1,g} = \delta_x^S + \delta_y^F = 0,0028 g l_x^4 / EI_{CX,m}^S + 0,00577 g l_y^4 / EI_{CY,m}^F \quad (D.21)$$

$$\delta_{C2,g} = \delta_y^S + \delta_x^F = 0,00672 g l_y^4 / EI_{CY,m}^S + 0,00301 g l_x^4 / EI_{CX,m}^F \quad (D.22)$$

Platefelt E: $\delta_{E,g} = (\delta_{E1,g} + \delta_{E2,g})/2$ hvor

$$\delta_{E1,g} = \delta_x^S + \delta_y^F = 0,0028 g l_x^4 / EI_{EX,m}^S + 0,002057 g l_y^4 / EI_{EY,m}^F \quad (D.23)$$

$$\delta_{E2,g} = \delta_y^S + \delta_x^F = 0,00672 g l_y^4 / EI_{EY,m}^S + 0,00301 g l_x^4 / EI_{EX,m}^F \quad (D.24)$$

Platefelt F: $\delta_{F,g} = (\delta_{F1,g} + \delta_{F2,g})/2$ hvor

$$\delta_{F1,g} = \delta_x^S + \delta_y^F = 0,0028gl_x^4/EI_{FX,m}^S + 0,00301gl_y^4/EI_{FY,m}^F \quad (D.25)$$

$$\delta_{F2,g} = \delta_y^S + \delta_x^F = 0,0028gl_y^4/EI_{FY,m}^S + 0,00301gl_x^4/EI_{FX,m}^F \quad (D.26)$$

D.4 Sammenstilling av nedbøyningsformler

Tabell D.7. 1 gir formelene for å beregne $\delta_{1,g}$ og tabell D.7.2 gir formelene for å beregne $\delta_{2,g}$

Tabell D.7.1 : Formler for å beregne $\delta_{1,g}$

Platefelt (Lager- betingelser)	$\delta_{1,g} = \delta_{X,g}^S + \delta_{Y,g}^F$			
	$\delta_{X,g}^S$	κ_{0X} og κ'_{0X} for $m_{X,g}^S = 0$	$\delta_{Y,g}^F$	κ_{0Y} og κ'_{0Y} for $m_{Y,g}^F = 0$
A	$0,00672gl_x^4/EI_{AX,m}^S$	0 - 0,27	$0,00577gl_y^4/EI_{AY,m}^F$	0 - 0,15
B	$0,00099gl_x^4/EI_{BX,m}^S$	0,3 - 0,24	$0,00577gl_y^4/EI_{BY,m}^F$	0 - 0,15
C	$0,00280gl_x^4/EI_{CY,m}^S$	0,24 - 0,24	$0,00577gl_y^4/EI_{CY,m}^F$	0 - 0,15
D	$0,00099gl_x^4/EI_{DX,m}^S$	0,3 - 0,24	$0,00206gl_y^4/EI_{DY,m}^F$	0,22 - 0,17
E	$0,00280gl_x^4/EI_{EY,m}^S$	0,24 - 0,24	$0,00206gl_y^4/EI_{EX,m}^F$	0,22 - 0,17
F	$0,00280gl_x^4/EI_{FX,m}^S$	0,24 - 0,24	$0,00301gl_y^4/EI_{FY,m}^F$	0,15 - 0,15

Tabell D.7.2 : Formler for å beregne $\delta_{2,g}$

Platefelt (Lager- betingelser)	$\delta_{2,g} = \delta_{Y,g}^S + \delta_{X,g}^F$			
	$\delta_{Y,g}^S$	κ_{0Y} og κ'_{0Y} for $m_{Y,g}^S = 0$	$\delta_{X,g}^F$	κ_{0X} og κ'_{0X} for $m_{X,g}^F = 0$
A	$0,00672gl_y^4/EI_{AY,m}^S$	0 - 0,27	$0,00577gl_x^4/EI_{AX,m}^F$	0 - 0,15
B	$0,00672gl_y^4/EI_{BY,m}^S$	0 - 0,27	$0,00206gl_x^4/EI_{BX,m}^F$	0,22 - 0,17
C	$0,00672gl_y^4/EI_{CX,m}^S$	0 - 0,27	$0,00301gl_x^4/EI_{CX,m}^F$	0,15 - 0,15
D	$0,00099gl_y^4/EI_{DY,m}^S$	0,3 - 0,24	$0,00206gl_x^4/EI_{DX,m}^F$	0,22 - 0,17
E	$0,00099gl_y^4/EI_{EX,m}^S$	0,3 - 0,24	$0,00301gl_x^4/EI_{EY,m}^F$	0,15 - 0,15
F	$0,00280gl_y^4/EI_{FY,m}^S$	0,24 - 0,24	$0,00301gl_x^4/EI_{FX,m}^F$	0,15 - 0,15

Som eksempel er nedbøyningen for Platefelt F gitt av :

$$\delta_{F,g} = (\delta_{F1,g} + \delta_{F2,g})/2 \text{ hvor}$$

$$\delta_{F1,g} = \delta_x^S + \delta_y^F = 0,0028gl_x^4/EI_{FX,m}^S + 0,00301gl_y^4/EI_{FY,m}^F$$

$$\delta_{F2,g} = \delta_y^S + \delta_x^F = 0,0028gl_y^4/EI_{FY,m}^S + 0,00301gl_x^4/EI_{FX,m}^F$$

Det fremgår av Tabell D.7.1 og D.7.2 at Platefeltene A, B og C er feltene med de største nedbøyningen dersom stivheten er konstant.

Midlere stivhet:

Midlere stivhet beregnes på grunnlag av armeringen i de lengder som har strekk hhv. over støtter og i felt, som er gitt med størrelsene κ_0 og κ'_0 (dvs. momentnullpunktene i vedkommende spenn). Eksempelvis er midlere stivhet for en søylestripe i Platefelt D i x-retning:

$$EI_{DX,m}^S = \kappa_{02}(EI_{DX,2}^S) + (1 - \kappa_{02} - \kappa'_{04})EI_{DX,3}^S + \kappa'_{04}(EI_{DX,4}^S)$$

$$EI_{DX,m}^S = 0,3EI_{DX,2}^S + 0,46EI_{DX,3}^S + 0,24EI_{DX,4}^S$$

D.5 Sammenligning med et beregningseksempel fra [11]

I [11] er det gjennomregnet et eksempel etter Eurokode 2, henholdsvis etter tysk praksis. I dette punktet skal nedbøyningene beregnes etter den forenklede metoden som er utviklet i Tillegg D, og resultatet skal sammenlignes med og vurderes i forhold til forutsetningene og resultatet fra [11].

D.5.1 System

Det er forutsatt et innerfelt i et flatdekke dvs. Platefelt F etter definisjonen i 4.2.

Spennvidder: $l_X = 7,2$ m og l_Y er 6,0 m

Betong C25/30 (terningsylinder)

Armering med flytegrense 500 N/mm²

Midlere effektiv høyde = 209 mm. (Mellom armeringslagene)

D.5.2 Laster

Nedbøyningen skal beregnes for permanent last som omfatter:

Egenlast dekke, 0,24 x 25 kN/m ²	$g = 6,00$ kN/m ²
Belegg	$g_1 = 1,25$ kN/m ²
Sum permanent last	$\Sigma g = 7,25$ kN/m ²

D.5.3 Beregning av stivheter

D.5.3.1 Armeringsarealer

Retning og stripe		Støtte eller felt	A_s mm ² /m
X	1. Søylestripe	Støtte	2077
		Felt	664
	Feltstripe	Støtte	443
		Felt	443
Y	1. Søylestripe	Støtte	1417
		Felt	443
	Feltstripe	Støtte	317
		Felt	317

D.5.3.2 Stivheter i de ulike snitt

Stivhetene beregnes etter (C.10): $(EI)_{II} = E_s A_s d^2 \xi$, se etterfølgende tabell.

Stripe	Støtte/Felt	As mm ² /m	μ As/bd	ξ	$(EI)_{II}$ x 10 ⁻¹²
1. Søylestripe x-retning	Støtte	2077	0,00994	0,478	8,67
	Felt	664	0,00318	0,650	3,77
Feltstripe y-retning	Støtte	317	0,00152	0,768	2,13
	Felt	317	0,00152	0,768	2,13
1. Søylestripe y-retning	Støtte	1417	0,00678	0,533	6,60
	Felt	443	0,00212	0,696	2,69
Feltstripe x-retning	Støtte	443	0,00212	0,696	2,69
	Felt	443	0,00212	0,696	2,69

D.5.3.3 Midlere stivheter

Disse beregnes etter D.4:

c.1: 1. Søylestripe, x-retning

$$\begin{aligned} (EI)_{II,Xm}^S &= [2 \times 0,24 \times 8,67 + 0,52 \times 3,77] 10^{12} \\ &= [4,162 + 1,96] 10^{12} = 6,122 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

c.2: Feltstripe, y retning

$$(EI)_{II,Ym}^F = 2,13 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2/\text{m}$$

c.3 Søylestripe, y-retning

$$(EI)_{II,Ym}^S = [2 \times 0,24 \times 6,60 + 0,52 \times 2,69] 10^{12} = 4,57 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2/\text{m}$$

c.4 Feltstripe, x-retning

$$(EI)_{II,Xm}^F = 2,694 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2/\text{m}$$

D.5.4 Nedbøyning beregnet etter D.4

Største nedbøyning, som opptrer i platemidte, beregnes med formlene i punkt D.4, Platefelt F:

D.5.4.1

$$\delta_{1,g} = \delta_{x,g}^S + \delta_{y,g}^F$$

$$\delta_{1,g} = 0,00280 \times 7,25 \times 7200^4 / (6,122 \times 10^{12}) + 0,00301 \times 7,25 \times 6000^4 / (2,13 \times 10^{12})$$

$$\delta_{1,g} = 22,14 \text{ mm}$$

D.5.4.2

$$\delta_{2,g} = \delta_{y,g}^S + \delta_{x,g}^F$$

$$\delta_{1,g} = 0,00280 \times 7,25 \times 6000^4 / (4,569 \times 10^{12}) + 0,00301 \times 7,25 \times 7200^4 / (2,69 \times 10^{12})$$

$$\delta_{1,g} = 5,76 + 21,73 = 27,49 \text{ mm}$$

D.5.4.3 Beregnet største nedbøyning

$$\delta_g = (\delta_{1,g} + \delta_{2,g})/2 = (22,14 + 27,49)/2 = \underline{24,8 \text{ mm}}$$

D. 5.5 Sammenligning med resultatet fra [11]

I [11] er største nedbøyning beregnet til 22 mm, som er ca. 11 % mindre enn her beregnet.

Beregningen i [11] forutsetter at E-modulen for betong kan settes til 30 000 N/mm². Det kan forklare noe av forskjellen, men som tidligere angitt er betydningen av betongens E-modul relativt liten for et risset tverrsnitt.

Forskjellen i resultat blir først og fremst forårsaket av at det i [11] er forutsatt en annen fordeling av momentene enn vist på Figur 6. Videre er i [11] regnet med områder uten riss, og at det er tatt hensyn til betongens medvirkning på strekk mellom rissene.

Med riss øker krumning og tilhørende nedbøyningsbidrag betydelig. (3 a 4 ganger så stor krumning hvis tverrsnittet er risset).

Med forutsetning om tilstand II for begge striper kan man forvente at den forenklete metoden i punkt D derfor vil gi noe større nedbøyning, selv om svinnbidraget, som motvekt mot de rissfrie områder, er neglisjert.

Det skal imidlertid bemerkes at fremgangsmåten i [11] forutsetter at de beregnede rissfrie områdene forblir rissfrie, også ved en endring av den variable lasten, som vil endre momentfordelingen. Ved variabel last som endrer intensitet og lokalisering kan det ikke utelukkes at det oppstår nye riss i områder som var forutsatt rissfrie. Disse områdene vil for senere lastsituasjoner ha riss. Konsekvensen av slike riss vil være en merkbar stivhetsreduksjon i disse områdene med økning av beregnet nedbøyning, dersom dette tas hensyn til.

Det ligger dessuten en rekke usikkerheter i forutsetningene for en beregning som tar hensyn til betongens strekkfasthet i de urissede områder og at betongen medvirker mellom rissene. Det er derfor ikke sagt hvilket resultat som vil stemme best med en virkelig konstruksjon som over tid har endring i lastbildet.

Sammenfattende kan det sies at det er forbausende at avviket i resultat mellom de to metodene ikke er større, med de avvik i forutsetningene som faktisk er tilstede.

TILLEGG E: EKSEMPLER

E. 1 Eksempel 1: Platefelt i et kontinuerlig flatdekke

E.1.1 Forutsetninger

Platefeltet i en kontinuerlig plate er vist på figur E.1.1. Beregningen skal utføres med tabell A.1 fra tillegg A for Platefelt type D, se figur 5 og figur E.1.1.

Spennviddene er i x-retning 7,2 m og i y-retning 6,0 m.

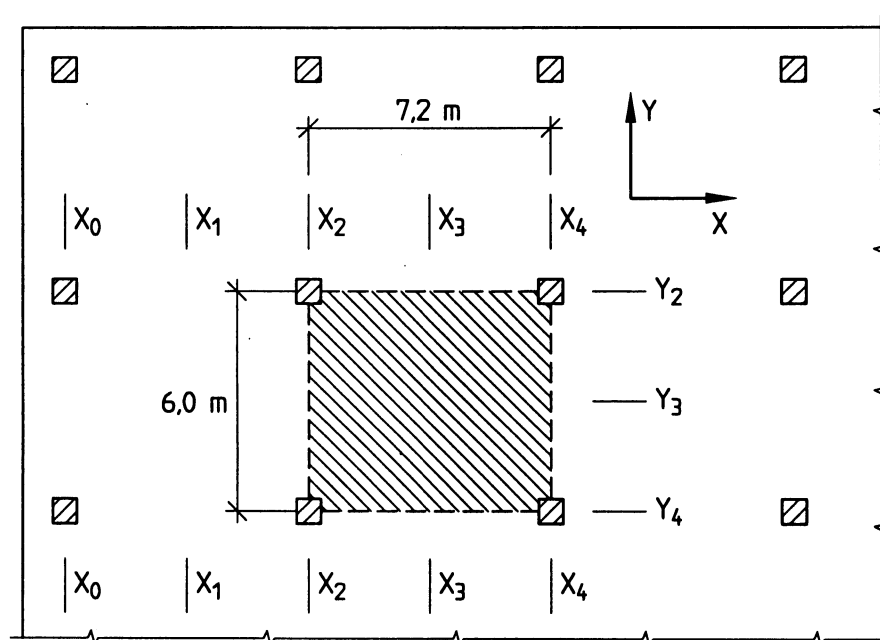
Betong C25

Stål : B500C

Miljøklasse LA $\Rightarrow$ Minste overdekning = 15 mm

Søyletverrsnitt = 0,4 x 0,4 m²

Konstruksjonen skal dimensjoneres etter NS 3473. Punktreferansene refererer til punktene i NS 3473.



Figur E.1.1 : Platefelt i eksempel 1

Grunnlag

- a) Forholdet mellom spennvidder $l_y/l_x = 6,0/7,2 = 0,833 > 0,7$
dvs. forenklet metode er helt forsvarlig.
- b) Laster
I tillegg til platens egenlast som permanent last skal det forutsettes en permanent last fra avretting, belegg og fast innredning på 1,4 kN/m²
Nyttelast = 3,25 kN/m²
- c) Platetykkelse
Punkt 18.2 krever at $h > l/30 = 240$ mm

Velger $h = 270$ mm. Overdekning : $c_{nom} = 15 + 10 = 25$ mm. Regner d som midlere verdi til midt mellom armeringsstengene, som forutsettes med diameter 12 mm. Det gir :

$$d \Rightarrow d_{mid} = 270 - (25 + 12) = 233 \text{ mm}$$

Som regneøvelse estimeres nødvendig d med fremgangsmåten utviklet under punkt C.3, for å bestemme nødvendig platetykkelse $h(g)$ for en valgt nedbøyning δ_g fra egenlast dekke. Benytter lign. (C.19):

$$d(g) = 1,225 \times 10^{-5} [(k_s^S l_x^4 / \mu_x \xi_x + k_s^F l_y^4 / \mu_y \xi_y) / \delta_g]^{1/2}$$

Systemfaktorene: $k_s^S = 0,0009$ og $k_s^F = 0,00206$ for platefelt D, tatt fra tillegg D, Tabell D.7.1. Forutsetter $\mu_x^S = 0,005$, og $\mu_y^F = 0,002$, som, etter tillegg C, gir $\xi_x = 0,565$ og $\xi_y = 0,693$. Dersom δ_g begrenses til 10 mm blir:

$$d(g) = 1,225 \times 10^{-5} [((0,00099 \times 7200^4) / (0,005 \times 0,565) + 0,00206 \times 6000^4 / (0,002 \times 0,693)) / 10]^{1/2}$$

$$d(g) = 1,225 \times 10 [(942 + 1926) / 10]^{1/2} \cong 210, \text{ dvs. } h(g) = 210 + 37 \cong 250 \text{ mm}$$

Siden armeringsprosenten (som tilsvarer en gjennomsnittlig stivhet) ble antatt relativt lav, og platen også har annen permanent last, opprettholdes den valgte $h = 270$ mm.

E.1.2 Dimensjonerende laster

Bruksgrensetilstanden ($\gamma_f = 1,0$)

- Egenlast = $0,27 \times 25 \text{ kN/m}^2$ $g = 6,75 \text{ kN/m}^2$
- Avretting m.v. $g_i = 1,40 \text{ kN/m}^2$
- Nyttelast $q = 3,25 \text{ kN/m}^2$

$$r = 11,40 \text{ kN/m}^2$$

Bruddgrensetilstanden

Dimensjonerende last i bruddgrensetilstanden bestemmes etter tabell E.3.1 i NS 3490. Den lastkombinasjonen av B1 og B2 som gir størst last legges til grunn for dimensjoneringen.

$$B1 : r_f = 1,35 \times 8,15 + 1,05 \times 3,25 = 11,003 + 3,412 = 14,42 \text{ kN/m}^2$$

$$B2 : r_f = 1,20 \times 8,15 + 1,50 \times 3,25 = 9,78 + 4,88 = 14,66 \text{ kN/m}^2$$

Forskjellen er liten med tilfelle B2 som dimensjonerende.

E.1.3 Lastvirkninger i bruddgrensetilstanden

E.1.3.1 Momenter

Momentene bestemmes etter tillegg A. Eksempelvis blir for 1. innerstøtte:

$$m_{ss,x2}^1 = -0,193 \times 9,78 \times 7,2^2 - 0,218 \times 4,88 \times 7,2^2 = -97,85 - 55,15 = -153,0 \text{ kNm/m}$$

$$m_{ss,x2}^2 = -0,128 \times 9,78 \times 7,2^2 - 0,145 \times 4,88 \times 7,2^2 = -64,90 - 36,68 = -101,6 \text{ kNm/m}$$

$$m_{sf,x2} = -0,0535 \times 9,78 \times 7,2^2 - 0,061 \times 4,88 \times 7,2^2 = -27,12 - 15,43 = -42,56 \text{ kNm/m}$$

De beregnede momentintensitetene for bruddgrensetilstanden fremgår av tabellene E.1.1 og E.1.2.

Tabell E.1.1 : Momentintensiteter i x-retning

Snitt	Stripe/område	Moment	m_{ij} (kNm/m)
1.Innerstøtte $x_2 - x_2$	Søylestripe 1	$m_{SS,X2}^1$	-153,00
	Søylestripe 2	$m_{SS,X2}^2$	-101,58
	Feltstripe	$m_{SF,X2}$	-42,56
2.Innerstøtte $x_4 - x_4$	Søylestripe 1	$m_{SS,X4}^1$	-122,59
	Søylestripe 2	$m_{SS,X4}^2$	-81,71
	Feltstripe	$m_{SF,X4}$	-34,07
Felt $x_3 - x_3$	Søylestripe 1	$m_{FS,X3}^1$	+46,19
	Søylestripe 2	$m_{FS,X3}^2$	+46,19
	Feltstripe	$m_{FF,X3}$	+30,79

Tabell E.1.2 : Momentintensiteter i y-retning

Snitt	Stripe/område	Moment	m_{ij} (kNm/m)
1.Innerstøtte $y_2 - y_2$	Søylestripe 1	$m_{SS,Y2}^1$	-106,25
	Søylestripe 2	$m_{SS,Y2}^2$	-70,72
	Feltstripe	$m_{FS,Y2}$	-29,56
2.Innerstøtte $y_4 - y_4$	Søylestripe 1	$m_{SS,Y4}^1$	-85,14
	Søylestripe 2	$m_{SS,Y4}^2$	-56,75
	Feltstripe	$m_{FS,Y4}$	-23,57
Felt $y_3 - y_3$	Søylestripe 1	$m_{SF,Y3}^1$	+32,08
	Søylestripe 2	$m_{SF,Y3}^2$	+32,08
	Feltstripe	$m_{FF,Y3}$	+21,38

Kontroll av beregnede momenter

Kontrollen gjennomføres ved å sammenligne summen av momentene fra søyle- og feltstriper (1) i x-retning med totalmomentet (2) over søyler for hele platefeltet i x-retning:

- 1) $\Sigma m_i = -2 [0,75 (153,0 + 101,6)] - 3,0 \times 42,55 = -381,9 - 127,7 = -509,6$
- 2) $M_i = k_g \times g (l_x)^2 \times l_y + k_p \times p (l_x)^2 \times l_y$
 $M_i = -0,107 \times 9,78 (7,2)^2 \times 6,0 - 0,121 \times 4,88 (7,2)^2 \times 6,0$
 $M_i = -325,5 - 183,7 = -509,2 \text{ kNm}$

(Størrelsene $k_g = -0,107$ og $k_p = -0,121$ er momentkoeffisientene for hhv. jevnt fordelt last og for feltvis belastning av kontinuerlig plate)
Differanse = $509,6 - 509,2 = 0,6$ dvs. 0,08% avvik.

E.1.3.2 Skjærkrefter

Fordi alle søyler i platefelt type D er innersøyler forutsettes at platen har fullast, som gir de største søylelaste. Følgende fremgangsmåte gjennomføres:

a) Søylelast som sentrisk last

Det betyr at rammeverkningen i 1. skritt ikke er tatt hensyn til. Skjærstrømmen fra denne sentriske kraften har tilnærmet lik intensitet rundt det dimensjonerende snitt. Det kan bli en forskjell mellom sidene pga. forskjellen i spennvidder. Det er nødvendig med en lokalanalyse, f. eks. en FEM analyse, for å bestemme variasjonen i skjærstrømmen i dimensjonerende snitt. En øvre grense på forskjellen kan konservativt estimeres slik: Av totalkraften går $100[7,2/(6+7,2)]\% \approx 55\%$ inn i x-retning, og 45 % inn i y-retning. Med den lille forskjellen det er her mellom sidekantene vil det være akseptabelt å regne skjærkraften jevnt fordelt. Dimensjoneringen gjennomføres for søyle (x_2, y_2), som har størst lokal intensitet.

Det 1. dimensjonerende snitt ligger i en avstand $a/2 + d$ fra søylesenter, som har kraften:

$$V_f = 14,66 \text{ kN/m}^2 [6 \times 7,2 - (0,4 + 2 \times 0,233)^2] = 14,66 \times 42,45 = 622,3 \text{ kN}$$

Det gir for hver av sidekantene parallelt y-retning: $V_{f,x} = 622,3/4 = 155,6 \text{ kN}$

b) Rammeverkning

Pga. rammeverkningen opptrer ubalanserte momenter. Søyle (x_4/y_4) har tilnærmet intet ubalansert moment (tilnærmet full symmetri). De øvrige tre søyler har et mindre ubalansert moment i begge retninger pga. at de er naboer med randsøylene. Med full-last er imidlertid også disse momentene relativt små og kan som regel neglisjeres. Her skal imidlertid beregningen av den lokale variasjonen i skjærstrømmen som momentinnføringen via skjærkrefter forårsaker for søyle (x_2, y_2) vises, slik at størrelsesorden fremkommer.

Moment i x-retning:

- Antar platestivheten representert ved begge søylestripene i x-retning, som gir den største skjærkraften, dvs. $b_{p,y} = 4 \times 0,75 = 3,0 \text{ m}$, (se figur 6.)
Det gir $I_{p,x} = 3,0 \times 0,27^3/12 = 4,92 \times 10^{-3} \text{ m}^4$
og $I_{p,x}/l_{p,x} = 4,92 \times 10^{-3} \text{ m}^3/7,2 = 0,683 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
- Søylestivheten, $I_s = 0,4 \times 0,4^3/12 = 2,13 \times 10^{-3} \text{ m}^4$
og $I_s/l_s = 2,13 \times 10^{-3} \text{ m}^3/3 = 0,711 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
- Beregner søylemoment med tabellverdier for rammer gitt i [8], tabell 11.2, lasttilfelle I, dvs. jevnt fordelt last, med lastbredde lik begge søylestriper = 3,0 m. Betegnelser og verdier for k^* for innspente søyler, M_{BA} og M_{BC} etter [8]:

$$M_x = -q l^2/4 (M_{BA} - M_{BC}), \text{ hvor}$$

$$k^* = 0,75[I_p/l_p] / [I_s/l_s] = 0,75 \times 0,683/0,711 = 0,72$$

Med $k^* = 0,72$ blir med Tabell 11.2:

$$M_x = -[3,0 \times 14,66 (M_{BA} - M_{BC}) \times (7,2^2/4) \times 10^{-4}]$$

$$M_x = -[44,0 \times (3913 - 3628)] \times 12,96 \times 10^{-4}$$

$$\underline{M_x = -16,25 \text{ kNm}}$$

Minustegnet betyr at platemomentet er størst nærmest plateranden.

Moment i y-retning

- Beregner platestivheten: $b_{p,x} = 4 \times 7,2 \times 0,125 = 3,6 \text{ m}$
 $I_{p,y} = 3,6 \times 0,27^3/12 = 4,92 \times 10^{-3} \text{ m}^4$
 $I_{p,y}/l_{p,y} = 4,92 \times 10^{-3}/6 = 0,82 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

- M_Y momentet bestemmes som for x-retning:

$$k^* = 0,75[I_p/l_p] / [I_s/l_s] = 0,75 \times 0,82/0,711 = 1,15$$

Interpolerer i tabell 11.2 mellom $k^* = 1,25$ og $k^* = 1,10$:

$$M_{BA} = - [3973 + (4015 - 3973)(1,15-1,0/(1,25 - 1,0))] = - [3973 + 25] = - 3998 \text{ kNm}$$

$$M_{BC} = - [3699 + (3760 - 3699)(1,15-1,0/(1,25 - 1,0))] = - [3699 + 37] = - 3736 \text{ kNm}$$

$$M_Y = - [3,6 \times 14,66 (M_{BA}-M_{BC}) \times 6,0^2/4] \times 10^{-4} = - [52,78 \times (3998 - 3736) \times 9 \times 10^{-4}]$$

$$\underline{M_Y = -12,45 \text{ kNm}}$$

- Bestemmer skjærstrømmen fra M_X og M_Y etter tillegg B, formel (B.19):
(kvadratisk søyle). Minustegnet for momentet bestemmer på hvilken side av søylen skjærkraftintensiteten øker. Det kan deretter fjernes. Lengde av 1. dim. snitt, se E.1.5.

$$\text{Det gir } v_X^M = 3 \times 16,25/(8 \times 0,866^2) = 8,13 \text{ kN/m} = 8,13 \text{ N/mm}$$

$$\text{og } v_Y^M = 3 \times 12,45/(8 \times 0,866^2) = 6,23 \text{ kN/m} = 6,23 \text{ N/mm}$$

- Maksimal skjærspenning opptrer ved søyle (x_2, y_2) nærmest hjørnepunktet (x_0, y_0):

$$\tau^{V+M} = 155,6 \times 10^3/(866 \times 233) + (8,13 + 6,23)/233$$

$$\tau^{V+M} = 0,77 + 0,062 = 0,833 \text{ N/mm}^2$$

Dvs. rammeverkningen øker skjærspenningintensiteten i det mest påkjente hjørnet (punkt "1") med ca 8 % . Dvs. kunne vært tatt hensyn til ved å øke jevnt fordelt τ noe.

$$\text{For diagonalt motsatt hjørne (punkt "4")} \text{ blir } \tau^{V+M} = 0,77 - 0,062 = 0,71 \text{ N/mm}^2$$

For de øvrige punkter (2 og 3) blir skjærbidraget fra momentet:

$$3M_X/8b^2 - 3M_Y/8b^2 = 3(M_X - M_Y)/8b^2 \text{ (punkt "2")} \text{ hhv. } 3(M_Y - M_X)/8b^2 \text{ (punkt "3")}$$

Maksimal skjærkraft opptrer i dimensjonerende snitt mellom punkt 1 og punkt 2, hvor skjærspenningene blir:

$$\text{Punkt 1: } \tau^{V+M} = 0,833 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Punkt 2: } \tau^{V+M} = 0,77 + (8,13 - 6,23)/233 = 0,778 \text{ N/mm}^2$$

Det tilsvarer en samlet skjærkraft i dimensjonerende snitt parallelt y-aksen nær x_2 lik:

$$(0,833 + 0,778) \times 0,5 \times 866 \times 233 \times 10^{-3} = 162,4 \text{ kN}$$

$$V^M = 162,4 - 155,6 = 6,8 \text{ kN, dvs. et begrenset bidrag fra momentet (ca. 4 \%).$$

I 2. dimensjonerende snitt er $B_2 = 866 + 2 \times 233 = 1332 \text{ mm}$. Uten kontinuitetstillegg blir

$$V_{fx} \cong 14,66 (6 \times 7,2 - 1,332^2)/4 = 152 \text{ kN, (Langs én sidekant i 2. dim. snitt)}$$

E.1.4 Dimensjonering for momenter

$M_{cd} = 0,3 b f_{cd} d^2 = 0,3 \times 10^3 \times 12 \times 233^2 \times 10^{-6} = 195,4 \text{ kNm/m} > 153,0 = \max.M_f$
dvs. alle snitt har tilstrekkelig momentkapasitet for trykk.

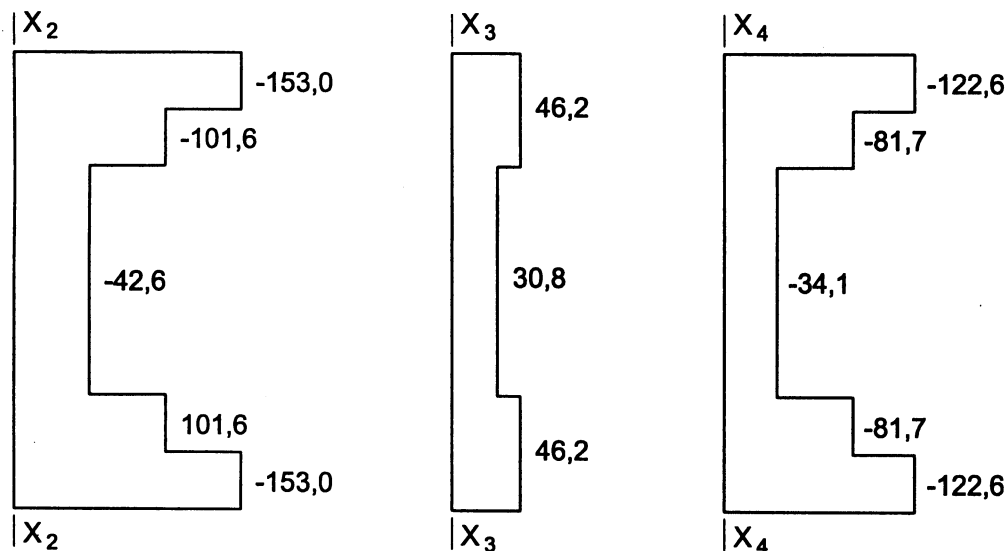
Momentarm $z'_d = d(1 - 0,18 m_f / m_d)$

For å forenkle beregningen benyttes to z-verdier for alle snitt som dekkes av disse verdiene, selv om momentene varierer betydelig. Velger å legge momentverdiene 106,25 og 46,19 til grunn. Eneste unntak blir da for 1. innersøyle i x-retning, dvs. snitt x_2 og x_4 som har større momenter, der kapasiteten påvises separat:

For $m \leq 106,25$ blir $z = 233(1 - 0,18 \times 106,25 / 195,4) = 210 \text{ mm}$

For $m \leq 46,19$ blir $z = 233(1 - 0,18 \times 46,19 / 195,4) = 223 \text{ mm}$

Figur E.1.2 viser momentintensitetene for snittene $x_2 - x_2$, $x_3 - x_3$ og $x_4 - x_4$, se tabell E.1.1.



Figur E.1.2 : Momentintensiteter (kNm/m) for snittene x_2 - x_2 , x_3 - x_3 og x_4 - x_4

Minimumsarmering etter P18.1.3 :

$$A_s = 0,25 k_w A_c f_{tk} / f_{sk} = 0,25 \times 1,23 \times 270 \times 10^3 \times 2,1 / 500 = 349 \text{ mm}^2/\text{m}.$$

Velger Ø12cc280 som gir $403 \text{ mm}^2/\text{m}$, på over- og underside som grunnarmering.
Det tilfredsstiller en momentintensitet lik $403 \times 400 \times 223 / 10^6 = 35,9 \text{ kNm/m}$

Beregner nødvendig supplerende armering til grunnarmeringen:

Armering i x-retning:

Søylestriper

For en bredde lik $0,125 \times 6,0 \text{ m} = 0,75 \text{ m}$ gjelder:

a) Støtter i snitt $x_2 - x_2$ blir, med $z = 202$, hhv. 210 mm :

* Søylestripe 1: $[153,0 \times 10^6 / (400 \times 200) - 403] \times 0,75 = 1132 \text{ mm}^2 \Rightarrow 10 \text{ Ø12 (1130)}$

* Søylestripe 2: $[101,6 \times 10^6 / (400 \times 210) - 403] \times 0,75 = 605 \text{ mm}^2 \Rightarrow 6 \text{ Ø12 (678)}$

b) Støtter i snitt $x_4 - x_4$:

* Søylestripe 1 : Nødv. $A_s = [122,59 \times 10^6 / (400 \times 207) - 403] \times 0,75 = 808 \text{ mm}^2 \Rightarrow 7 \text{ Ø}12 \text{ (791)}$

* Søylestripe 2 : Nødv. $A_s = [81,71 \times 10^6 / 400 \times 210) - 403] \times 0,75 = 427 \text{ mm}^2 \Rightarrow 4 \text{ Ø}12 \text{ (452)}$

Påviser at summen for stripe 1 og stripe 2 er tilstrekkelig tilsammen:

$$\Sigma \text{ Armering (Stripe1 + Stripe 2)} = (791 + 452) = 1243 > (808 + 427) = 1235$$

c) Felt i snitt $x_3 - x_3$:

$$\text{Nødv. } A_s = [46,19 \times 10^6 / (400 \times 223) - 403] \times 1,50 = 172 \text{ mm}^2 \Rightarrow 2 \text{ Ø}12 \text{ (226)}$$

Feltstriper

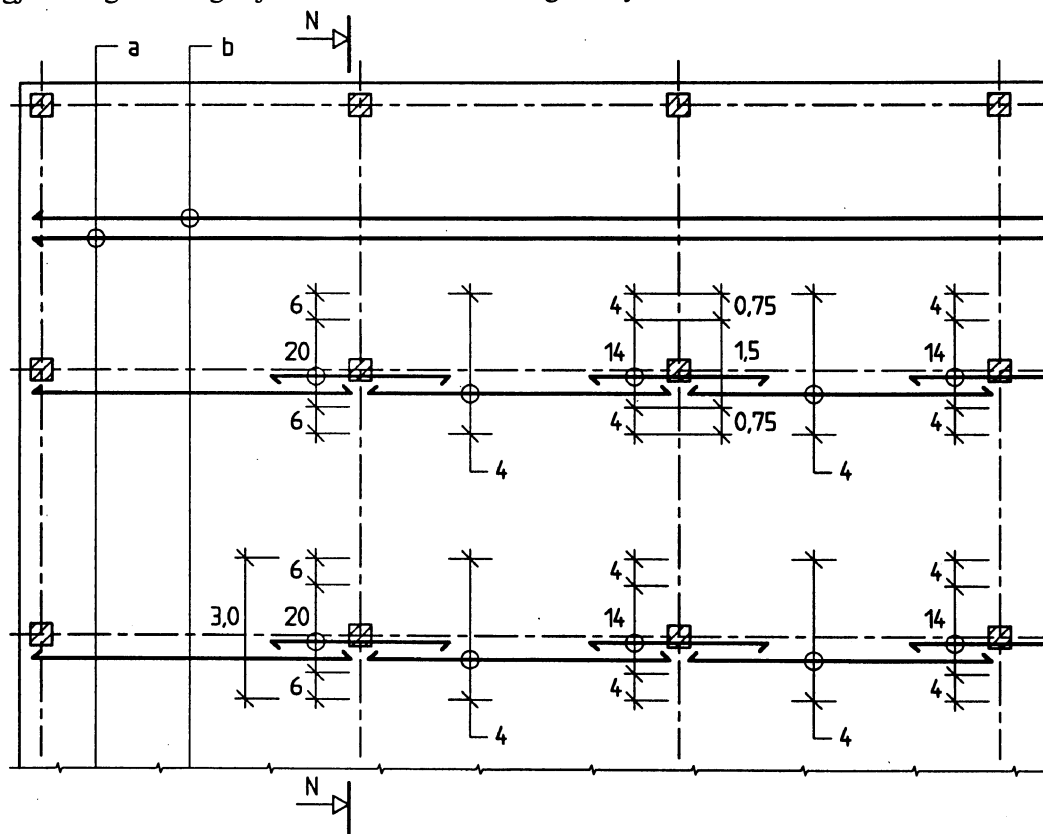
Feltstripene er tilfredsstilt med minimumsarmeringen, unntatt i snitt $x_2 - x_2$:

$$A_{s,n} = [42,55 \times 10^6 / (400 \times 223) - 403] \times 3,0 = 222 \text{ mm}^2 \Rightarrow 3 \text{ Ø}12 \text{ (339)}, \text{ som tilsvarer } 113 \text{ mm}^2/\text{m}.$$

På grunn av at spennvidden er størst i x-retning legges dette armeringslaget nederst i feltet, hhv. øverst over støtter (i søyleaksene).

Beregning av armeringen i y-retning vises ikke her.

Figur E.1.3 viser armeringsmengdene i x-retning f.o.m. 1. innersøyle. Grunnarmeringen føres gjennomgående og skjøtes med omfar for stangens flytekraft.



a angir grunnarmering, overside Ø12 cc 280. b angir grunnarmering underside, Ø 12 cc 280

N-N angir at supplerende armering er vist herfra mot høyre.

Heltallene på figuren angir antall stenger supplerende armering, Ø 12. Kommatall er i meter.

Figur E.1.3 : Valgte armeringsmengder i x-retning f.o.m. 1. innersøyle

E.1.5 Dimensjonering for skjærkrefter

Påviser som angitt for 1. innersøyle (x_2, y_2), i snittet mot x_1 - x_1 , som har den største skjærkraftintensitet (venstre side på figur).

Lengde av sidekanten i 1. dim. snitt med $d_{mid} = 233$, gir $b_Y = 400 + 2 \times 233 = 866$ mm.

Bredden b_Y ligger innenfor 1. søylestripe som har totalbredde lik $2 \times 0,75 = 1,5$ m.

Strekkarmering innenfor bredden b_Y er :

$$A_s = 403 \times 0,866 + 0,866 \times 1130/0,75 = 349 + 1305 \Rightarrow 1654 \text{ mm}^2$$

Øvrige verdier i kapasitetsformelen (se punkt 4.3.4):

$$f_{td} = 1,4/1,4 = 1,0 \text{ N/mm}^2, k_v = 1,5 - 0,233/1,0 = 1,27, k_A = 100.$$

For sidekanten i 1. dimensjonerende snitt blir kapasiteten:

$$V_{cd,x} = 0,3 [1,0 + 100 \times 1654/(1,4 \times 866 \times 233)] \times 866 \times 233 \times 1,27 \times 10^{-3} = 121,9 \text{ kN}$$

$$V_{f,tot,x} = 162,4 > 121,9, \text{ dvs. skjærarmering er nødvendig.}$$

Med skjærarmering er $k_v = 1,0$, dvs. $V_{cd,red} = 121,9/1,27 = 96,0 \text{ kN}$

Det gir nødv. $V_{sd} = 162,4 - 96 = 66,4 \text{ kN}$, dvs. nødv. $A_{sv} = 66400/400 = 166 \text{ mm}^2$

Velger 3 Ø 10 (236 mm²), som legges som skrå armering for å beholde hevarm og overdekning.

I 2. dimensjonerende snitt er $B_2 = 866 + 2 \times 233 = 1332$ mm.

$$V_{sd,2} \cong 121,9 \times 1332/866 = 187 > 152, \text{ dvs. skjærarmering er ikke nødvendig.}$$

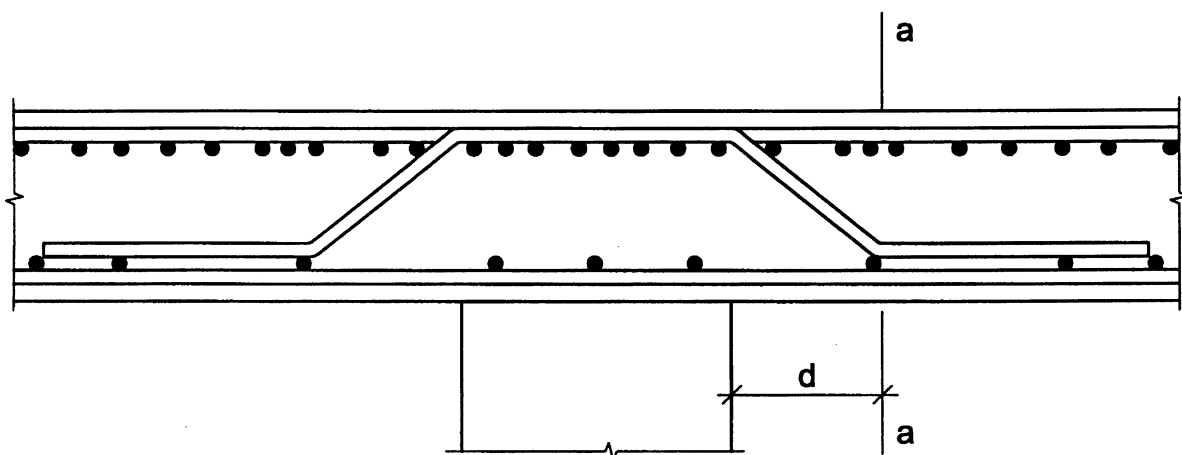
Trykkbruddkapasiteten skal også påvises; den er som regel alltid tilstrekkelig:

$$V_{f,x} = 14,66 \times [6 \times 7,2 - 0,4^2] + 6,8 = 164,4 \text{ kN.}$$

$$V_{cd} = 0,3 f_{cd} b_w z (1 + \cotg \alpha) = 0,3 \times 12 \times 400 \times 202 (1 + 1) \times 10^{-3} = 582 \text{ kN} > 164,4$$

Etter P12.3.5.8 skal det over søyle ligge en lengdearmering med kapasitet minst tilsvarende V_{cd} , dvs. kapasitet minst lik ca. 122 kN pr. side. Det tilsvarer 3 Ø 12, som har $3 \times 113 \times 0,4 = 135,6 \text{ kN}$ pr. sidekant.

Figur E.1.4 viser valgt utforming av armeringen over søyle



a-a angir 1. dimensjonerende snitt.

Figur E.1.4: Armeringsføring over søyle x_2 - y_2 i x -retning

E.1.6 Påvisning av nedbøyning fra egenlast som langtidslast

Bestemmer nedbøyningen med forenklet metode i samsvar med tillegg D. Eksempelet tilsvarer Platefelt D, se Figur 5.

Formler: Nedbøyningen er gitt av: $\delta_{D,g} = [\delta_{D1,g} + \delta_{D2,g}]/2$

hvor $\delta_{D1,g} = 0,00099g l_x^4 / EI_{DX,m}^S + 0,00206g l_y^4 / EI_{DY,m}^F$ (Se Tabell D.7.1)

og

$\delta_{D2,g} = 0,00099g l_y^4 / EI_{DY,m}^S + 0,00206g l_x^4 / EI_{DX,m}^F$ (Se Tabell D.7.2)

Laster:

Egenlasten $g = 8,15 \text{ kN/m}^2$

Søylestripe 1 har i x-retning en samlet bredde B_X^S lik $2 \times 0,75 \text{ m} = 1,5 \text{ m}$,

som gir en last $8,15 \times 1,5 = 12,225 \text{ kN/m}$.

Søylestripe 1 har i y-retning en samlet bredde B_Y^S lik $2 \times 0,125 \times 7,2 \text{ m} = 1,8 \text{ m}$,

som gir en last $8,15 \times 1,8 = 14,67 \text{ kN/m}$.

Feltstripen har i begge retninger en bredde B^F lik $1,0 \text{ m}$, dvs. $g = 8,15 \text{ kN/m}$

Stivheter: Bestemmer stivhetene etter Tillegg C, Tabell C.1.

a) For å bestemme $\delta_{D1,g}$

Beregner først armeringsmengdene:

For S1X2: Bredde $BS1 = 1,5 \text{ m}$. Det gir $A_s = 403 \times 1,5 + 2 \times 10 \times 113 = 2865 \text{ mm}^2/1,5 \text{ m}$

For S1X3: Bredde $BS3 = 1,5 \text{ m}$. Det gir $A_s = 403 \times 1,5 + 2 \times 113 = 831 \text{ mm}^2/1,5 \text{ m}$

For S1X4: Bredde $BS4 = 1,5 \text{ m}$. Det gir $A_s = 403 \times 1,5 + 2 \times 7 \times 113 = 2186 \text{ mm}^2/1,5 \text{ m}$

Feltstripe i y-retning: I alle snitt er det tilstrekkelig med minimumsarmering $403 \text{ mm}^2/\text{m}$

Snitt	A_s mm^2	μ	ξ	$EI_{DX,i}^S = E_s A_s d^2 \xi$ Nmm^2	$EI_{DY,i}^F = E_s A_s d^2 \xi$ Nmm^2
S1X2	2865	0,00819	0,487	$15,14 \times 10^{12}$	
S1X3	831	0,00238	0,6354	$6,07 \times 10^{12}$	
S1X4	2186	0,00625	0,534	$12,65 \times 10^{12}$	
FY2	403	0,00173	0,714		$2,93 \times 10^{12}$
FY3	403	0,00173	0,714		$2,93 \times 10^{12}$
FY4	403	0,00173	0,714		$2,93 \times 10^{12}$

Det gir midlere stivheter, hvor κ -verdiene (dvs. momentnullpunktene) tas fra Tabell D.7.1:

$$EI_{DX,m}^S = [0,3 \times 15,14 + 0,46 \times 6,07 + 0,24 \times 12,65] 10^{12} = 10,37 \times 10^{12} \text{ kNmm}^2/1,5 \text{ m}$$

$$EI_{DY,m}^F = 2,93 \times 10^{12} \text{ kNmm}^2/1,0 \text{ m}$$

Det gir for $\delta_{D1,g}$ med formelen som gitt ovenfor:

$$\delta_{D1,g} = 0,00099g l_x^4 / EI_{DX,m}^S + 0,00206g l_y^4 / EI_{DY,m}^F$$

$$\delta_{D1,g} = 0,00099 \times 12,225 \times 7200^4 / 10,37 \times 10^{12} + 0,00206 \times 8,15 \times 6000^4 / 2,93 \times 10^{12}$$

$$\delta_{D1,g} = 3,1 \text{ mm} + 7,4 \text{ mm} = 10,5 \text{ mm}$$

b) For å bestemme $\delta_{D2,g}$:

Snitt	A_s mm ²	μ	ξ	$EI^S_{,DY,i} = E_s A_s d^2 \xi$ Nmm ²	$EI^F_{,DX,i} = E_s A_s d^2 \xi$ Nmm ²
S1Y2	2300	0,00548	0,553	$13,81 \times 10^{12}$	
S1Y3	725	0,00173	0,714	$5,66 \times 10^{12}$	
S1Y4	1824	0,00435	0,587	$11,62 \times 10^{12}$	
FX2	516	0,00221	0,682		$3,82 \times 10^{12}$
FX3	403	0,00173	0,714		$2,93 \times 10^{12}$
FX4	403	0,00173	0,714		$2,93 \times 10^{12}$

Det gir midlere stivheter:

$$EI^S_{,DY,m} = [0,3 \times 13,81 + 0,46 \times 5,66 + 0,24 \times 11,62]10^{12} = 9,54 \times 10^{12} \text{ kNmm}^2/1,8 \text{ m}$$

$$EI^F_{,DX,m} = [0,22 \times 3,82 + 2,93 \times 0,78]10^{12} = 3,125 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2/1,0 \text{ m}$$

Som med formelen ovenfor, dvs.:

$$\delta_{D2,g} = 0,00099 g l_y^4 / EI^S_{,DY,m} + 0,002057 g l_x^4 / EI^F_{,DX,m}$$

gir:

$$\delta_{D2,g} = 0,00099 \times 14,67 \times 6000^4 / 9,54 \times 10^{12} + 0,002057 \times 8,15 \times 7200^4 / 3,125 \times 10^{12}$$

$$\delta_{D2,g} = 2,0 + 14,4 = 16,4 \text{ mm}$$

Største nedbøyning

Den maksimale nedbøyningen blir dermed lik: $\delta_{D,g} = (10,5 + 16,4)/2 = 13,5 \text{ mm}$

Det gir forholdstallene $l_x/533$ og $l_y/444$, dvs. en relativt stiv plate. Den viktigste grunnen til at nedbøyningen ikke blir større skyldes at lagerbetingelsene for Platefelt D er gunstige pga. av de store negative momentene i snittene X2 og Y2. Dette fremgår av Tillegg C, hvor nedbøyningskoeffisientene for de ulike tilfellene er gitt.

De største delbidrag til nedbøyningen kommer fra feltstripene. Det skyldes at de negative momentene i feltstripene er relativt sett mye mindre enn for søylestripene. I søylestripen er forholdet mellom støttemomenter og feltmomenter lik $1,8/0,5 = 3,6$. I feltstripen er forholdet lik $1,2/0,8 = 1,5$. I tillegg er armeringsprosenten i felt relativt lav. For å redusere nedbøyningen er det derfor tilstrekkelig å øke armeringen i feltstripene.

Beregnet nedbøyning 13,5 millimeter er altså større enn de 10 millimeter som ble forutsatt under E.1.1 for å bestemme nødvendig tverrsnittshøyde. Det skyldes at armeringsprosenten i felt er lavere enn de forutsatte 0,002, og at den permanente lasten er 8,15 mot forutsatt 6,75 i punkt E.1.1.

E.2 Eksempel 2: Ett felts plate på søyler

E.2.1 Forutsetninger

Eksemplet er tatt med for å vise at en stripemetode kan anvendes også for denne spesielle konstruksjonen, samt for å demonstrere påvisning av en hjørnesøyles kapasitet. Momentene kan ikke beregnes direkte med momentkoeffisientene fra tabellen i tillegg A, som er satt opp under forutsetning av kontinuitet med minst tre felt, men kan beregnes for en rammekonstruksjon. Det generelle opplegget etter punkt 4.2, figur 6 med de der gitte momentforhold mellom felt- og søylestriper kan imidlertid beholdes. Beregningen, som blir temmelig omfattende, blir ellers gjennomført etter kjente klassiske metoder

Momentene i platen kan også beregnes etter tabellverdiene gitt i [17], som er basert på klassisk elastisitetsteori. Dette er vist i eksemplet for å se på forskjellen mellom lastvirkninger som fremkommer med de to fremgangsmåtene. Etter [17] kan momentene beregnes for platen fritt opplagt på søylene eller fast innspent i søylene. Det er også gjort en sammenligning med den fremgangsmåten for å bestemme medvirkende platebredde som er vist i [9].

Det forutsettes en kvadratisk plate som vist på figur E.2.1, der spennvidden i begge retninger er lik 6,6 m. Med spennvidde menes her avstanden mellom søylenes senterlinjer. Platen forutsettes som rent flatdekke, dvs. uten søyleforsterkning eller kapitél.

Platen står på 4 fullt innspente søyler med systemlengde $H = 3,6$ m (avstand mellom innspenningen i platen og innspenningen i fundamentet). På dette grunnlag beregnes platen som en rammekonstruksjon.

For å sikre en god innføring av innspenningsmomentet og armeringsføring forøvrig, går platen 100 mm utenfor søylekant.

Eksemplet illustrerer flatdekkeberegningen; platen (dvs. søyletoppene) forutsettes derfor fastholdt mot horisontalforskyvning, slik at det ikke oppstår momenter av betydning fra eventuelle horisontalkrefter.

Konstruksjonen står innendørs, dvs. eksponeringsklasse XC1.

Platens nedbøyning i midtpunktet for egenlast skal beregnes.

Det forutsettes betong i fasthetsklasse C25 og armeringsstål av type B500C.

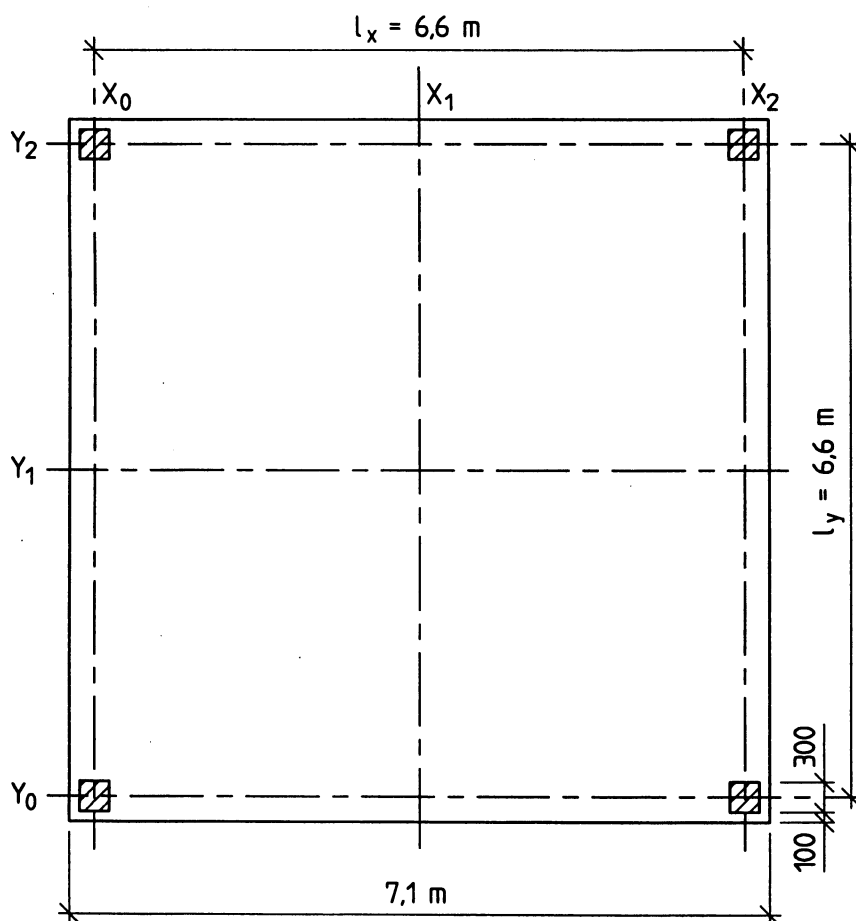
Konstruksjonen skal dimensjoneres etter NS 3473. Punktreferansene (P) i løsningen refererer til NS 3473.

Forholdet mellom spennvidder $l_y/l_x = 1,0$ dvs. forenklet metode kan brukes mht. fordeling av momenter mellom felt- og søylestriper som vist på figur 6.

E.2.2 Platetykkelse

P18.2 krever at $h > l/30 = 6600/30 = 220$ mm

Prøver med $h = 250$ mm for å begrense forskyvningene. Med overdekning lik 25 mm, tillatt geometrisk avvik lik 10 mm, stangdiameter lik 12 mm, blir effektiv høyde, regnet til mellom armeringslagene (gjennomsnittlig verdi) lik : $d = 250 - (25 + 10 + 12) \approx 200$ mm.



Figur E.2.1 : Flatdekke i eksempel 2

E.2.3 Dimensjonerende laster

I tillegg til platens egenlast m/avretting som permanent last skal det forutsettes en nyttelast på $3,0 \text{ kN/m}^2$.

Bruksgrensetilstanden ($\gamma_f = 1,0$ for alle laster)

- Egenlast = $0,25 \times 25 \text{ kN/m}^2 = 6,25 \text{ kN/m}^2$
- Avretting = $0,75 \text{ kN/m}^2$
- Nyttelast = $3,00 \text{ kN/m}^2$

$$r = 10,00 \text{ kN/m}^2$$

Bruddgrensetilstanden

Dimensjonerende last i bruddgrensetilstanden bestemmes etter Tabell E.3.1 i NS 3490 :

$$B1 : r_f = 1,35 \times 7,0 + 1,05 \times 3,0 = 9,45 + 3,15 = 12,6 \text{ kN/m}^2$$

$$B2 : r_f = 1,20 \times 7,0 + 1,50 \times 3,0 = 8,40 + 4,50 = 12,9 \text{ kN/m}^2$$

Dvs. tilfelle B2 blir dimensjonerende, som legges til grunn for alle påvisninger.

E.2.4 Lastvirkninger i bruddgrensetilstanden

E.2.4.1 Statisk bestemte platemomenter

Langs rendene er platen fri. Det betyr at eventuelle innspenningsmomenter vinkelrett på randen utenom søylene måtte videreføres som relativt store torsjonsmomenter til søylene. Forutsetter her at platen for lastoverføringen er fritt opplagt mot rendene, bortsett fra ved søylene hvor det oppstår innspenningsmomenter fra rammevirkningen (bøyningsmomenter). Lastoverføringen er ikke avhengig av torsjonskapasitet.

Som fritt opplagt plate blir det statisk bestemte totalmomentet ($M_{F,X1}^0$) i midtsnittet ($x = x_1$):

$$\max M_{F,X1}^0 = \max M_{F,Y1}^0 = 12,9 \times (6,6 + 2 \times 0,25) \times 6,6^2/8 = \underline{498,71 \text{ kNm}}$$

Forutsetter hele platedelen utenfor søyleakse som en del av 1. platestripe, som gir følgende to ligninger for å bestemme momentintensitetene midt i feltet:

$$2 \times (0,25 \times 6,6 + 0,25) m_{FS,X1}^0 + 0,5 \times 6,6 m_{FF,X1} = \max M_{F,X1}^0$$
$$m_{FS,X1}^0 / m_{FF,X1} = 1,2/0,8$$

Det gir følgende momentintensiteter i midtsnittet før korreksjon for innspenningen:

$$m_{FS,X1}^0 = m_{FS,Y1}^0 = \underline{83,12 \text{ kNm/m}} \text{ og}$$
$$m_{FF,X1} = m_{FF,Y1} = \underline{55,41 \text{ kNm/m}} \text{ (Momentet i feltstripen forutsettes ikke korrigert pga. innspenningen.)}$$

E.2.4.2 Momentkorreksjon pga. søyleinnspenningen

E.2.4.2.1 Stivheter

Regner her i samsvar med vanlig prosedyre stivhetene for urisett tverrsnitt, som strengt tatt ikke er korrekt hvor søylen kan antas å være urisett i store deler av lengden, mens platen er risset i tilnærmet hele lengden.

Søyle : Forutsetter søyledimensjon $300 \times 300 \text{ mm}^2$.

$$I_S = 300 \times 300^3/12 = 6,75 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

$$\text{dvs. } I_S/I_S = 6,75 \times 10^8/3600 = \underline{1,875 \times 10^5 \text{ mm}^3}$$

Plate : Medvirkende platebredde for stivheten og for beregning av globalmomentet i

rammeberegningen forutsettes lik bredden av (søylestripe 1 + søylestripe 2) = $0,125 \times 6600 \times 2 + 250$

= 1900 millimeter.

$$I_{pl,eff,x} = 1,9 \times 10^3 \times 250^3/12 = 2,47 \times 10^9 \text{ mm}^4, \text{ og } I_{pl,eff,x}/I_{pl} = 2,47 \times 10^9/6600 = \underline{3,74 \times 10^5 \text{ mm}^3}$$

Det gir følgende momentfordelingsfaktorer: $K_x = K_y = 1,875/(1,875 + 3,74) = \underline{0,333}$

E.2.4.2.2 Momenter

$$\text{Fastinnspenningsmomentet : } M_{SS,X0}^0 = -1,9 \times 12,9 \times 6,6^2/12 = \underline{-88,97 \text{ kNm}}$$

Resultierende dimensjonerende innspenningsmomenter for platen:

$$M_{SS,X0} = -0,333 \times 88,97 = \underline{-29,63 \text{ kNm}}$$

For fastsettelse av momentintensiteten for dimensjonering av platen lokalt ved søylen antas at platebredden har en utbredelse på 45° i forhold til søylen (vertikalt fra o.k. armering), som på utsiden begrenses av utstikkets lengde. Det gir en fordelingsbredde $b_m = 0,30 + d + 0,1 = 0,3 + 0,2 + 0,1 = 0,6 \text{ m}$, som gir:

$m_{SS,X0} = -29,63/0,60 = -49,38 \text{ kNm/m}$
 (Senere er vist bredde som fremkommer etter [17] og [9])

Resultierende feltmomenter i søylestripene:
 $m_{FS,X1} = 83,12 - 29,63/1,9 = 67,53 \text{ kNm/m}$

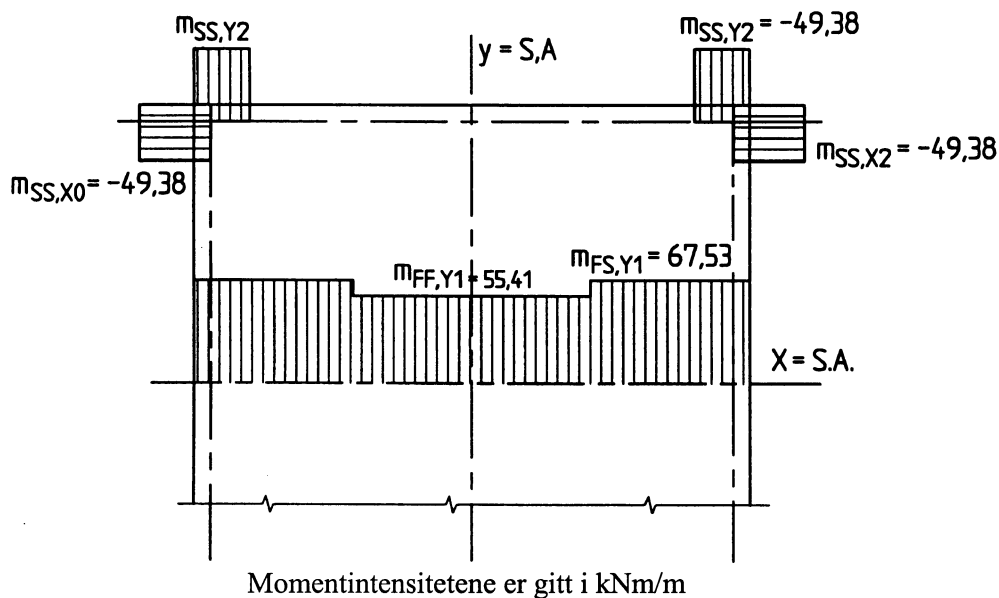
Momentintensitetene i feltstripene antas, som angitt i E.2.4.1, ikke å endre seg pga. innspenningen i søylene.

For å se på betydningen av innspenningen beregnes det reduserte totalmomentet i feltet:
 $M_{F,X1,red} = 498,71 - 2 \times 29,63 = 439,45 \text{ kNm}$, $M_{F,Y1,red} = M_{F,X1,red}$

Reduksjonen av feltmomentene (ca 12 %) er således vesentlig og det vil for forenklingens skyld være uøkonomisk å neglisjere reduksjonen ved dimensjonering av feltet.

Tallkontroll av momentene: $\Sigma m_{F,X1} = M_{F,X1,red} ? \Rightarrow 55,41 \times 3,3 + 67,53 \times 3,8 = 439,46$
 $439,45 \cong 439,46$, dvs. o.k

Momentfordelingen med de angitte forutsetninger blir som illustrert i figur E.2.2.



Figur E.2.2 : Dimensjonerende platemomenter i bruddgrensetilstanden

E.2.4.3 Skjærkrefter (P12.3.3.5 og PA.12.3.3.5)

Uten hensyn til skjær fra momentinnføringen i søyle:

$$V_f^V = 0,25 \times 7,1^2 \times 12,9 = 162,6 \text{ kN pr. søyle}$$

Med fratrekk for last innenfor 1. dimensjonerende snitt, der $b = 300 + 100 + 200 = 600 \text{ mm}$:

$$\text{Red. } V_f^V = 162,6 - 0,6^2 \times 12,9 = 158 \text{ kN pr. søyle}$$

I samsvar med Figur E.2.3 blir u_0 for 1. dimensjonerende snitt :

$$u_0 = b_y + b_x = 2b = 2(100 + 300 + 200) = 1200 \text{ mm}$$

Diagonalens lengde, $u = 2[\sqrt{2} (100 + 300) + 200] = 1531 \text{ mm}$, dvs. ikke dimensjonerende.

Bestemmer momentandelen som innføres via skjærkrefter, se hertil B.3.3:

Etter (B.35) er $\max v^M = 3(M_Y + e_{p,\xi} V/\sqrt{2})/b^2$

Med (B.26): $c_x = c_y = b/4 = 600/4 = 150 \text{ mm}$, og med (B.28):

$e_{x,\xi} = (a/2 + d - c_x) = 300/2 + 200 - 150 = 200$, blir

med (B.29): $e_{p,\xi} = \sqrt{(2 \times 200^2)} = 283 \text{ mm}$, som gir

$\max v^M = 3(-29,63 + 0,283 \times 158/\sqrt{2})/0,6^2 = 3(-29,63 + 31,7)/0,6^2 = +17,35 \text{ kN/m} = 17,35 \text{ N/mm}$

Skjærstrømmen er gitt med: $v_f = v^V + v^M$

For påvisning mot strekkbrudd, punkt C, figur E.2.3:

$\max v_{f,C} = 158 \times 10^3/1200 + 17,35 \text{ N/mm}$

$\max v_{f,C} = 131,67 + 17,35 = \underline{149 \text{ N/mm}}$

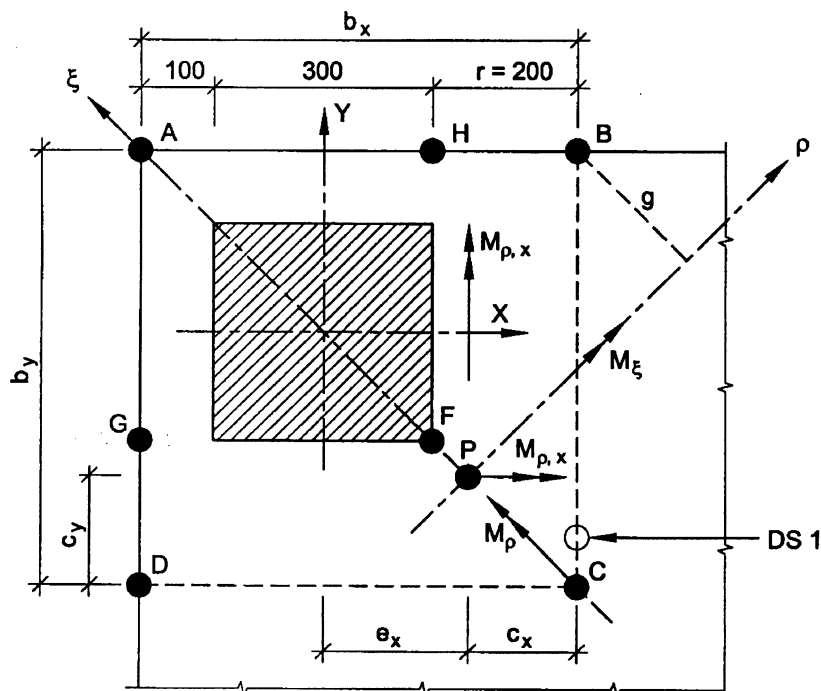
For påvisning mot trykkbrudd, punkt F, figur E.2.3:

Her forutsettes skjærarealet avgrenset av linjestykket GFH

$\max v_{f,F} = (162,6 - 0,4^2 \times 12,9)10^3/(2 \times 400) + 17,35 \times 600^2/400^2 \text{ N/mm}$

$\max v_{f,F} = 196,5 + 39,0 = \underline{235,5 \text{ N/mm}}$

Forutsetter altså at skjærkraften fra momentet er det samme for begge påvisningene, som virker på et mindre tverrsnitt for påvisning av trykkbruddkapasiteten.



Figur E.2.3 : Dimensjonerende snitt og punkter for påvisning av skjærkraftkapasiteten

E.2.5 Dimensjonering for bruddgrensetilstanden

E.2.5.1 Påvisning for momenter

E.2.5.1.1 Trykkbrudd

Formelverk i samsvar med P 4.3.2 og punkt 4.

For C25 er $f_{cd} = 16,8/1,4 = 12 \text{ N/mm}^2$

$\Rightarrow m_{cd} = 0,30 \times 10^3 \times 12 \times 200^2 \times 10^{-6} \text{ kNm/m} = 144 > 67,53 \text{ kNm/m} = m_{FS,X1,f} = \text{max. moment}$ etter stripemetoden. Dvs. trykkbruddkapasiteten er ikke utnyttet i noen av snittene.

E.2.5.1.2 Armering i felt i begge retninger

For B500C er $f_{sd} = 500/1,25 = 400 \text{ N/mm}^2$

$z_d = d(1 - 0,18m_f/m_{cd})$. For enkelhets skyld benyttes $z_d = \text{konstant}$ for alle snitt, med ugunstigste verdi, dvs. $z_d = d(1 - 0,18 \times 67,53/144) = 0,92d = 184 \text{ mm}$

Søylestripe

$A_{FS,X1} > 0,25 \times l_y \times m_{FS,X1} / (f_{sd} \times z_d) = 0,25 \times 7,1 \times 67,53 \times 10^6 / (400 \times 184) = 1629 \text{ mm}^2/\text{side}$.

Velger 16 stenger Ø 12 (1808) som gir c.c = $0,25 \times 7,1/15 = \text{ca. } 118 \text{ mm}$,

tilsvarende $1808/(7,1/4) = 1019 \text{ mm}^2/\text{m}$.

Feltstripe

$A_{FF,X1} > 0,5 \times 7,1 \times 55,41 \times 10^6 / (400 \times 184) = 2673 \text{ mm}^2$ (Hele feltstripen).

Velger 26 stenger Ø12 (2938) som gir cc = $3545/25 = \text{ca. } 142 \text{ millimeter}$,

Tilsvarende $2938/(7,1/2) = 828 \text{ mm}^2/\text{m}$.

E.2.5.1.3 Armering over støtte (Søylestripe 1)

Lokalt ved søyle er de største verdier: $m_{SS,X0} = m_{SS,Y0} = -49,38 \text{ kNm/m}$ og $M_{SS,X0} = -29,63 \text{ kNm}$

$A_{SS,x} > 29,63/(0,4 \times 0,184) = 403 \text{ mm}^2$

Velger 5 stenger Ø 12 (565 mm^2), tilsvarende $565/1,075 = 526 \text{ mm}^2/\text{m}$.

Merk : For å begrense nedbøyningene er armeringsarealene valgt noe større enn behovet, se E.2.6.

E.2.5.2 Påvisning for skjærkrefter

E.2.5.2.1 Trykkbrudd

$\max v_f = 235,5 \text{ N/mm}$, som antas som max skjærintensitet ved søylehjørnet, punkt F, se Figur E.2.3.

$V_{ccd} = 0,3 f_{cd} b_w z (1 + \cotg \alpha) \leq 0,45 f_{cd} b_w z$ (P 12.3.2.5).

Dimensjonerende kapasitet (skjærstrøm) blir:

$v_{ccd} = 0,3 f_{cd} z (1 + \cotg \alpha)$, dvs. $\min v_{ccd} = 0,3 \times 12 \times 0,92 \times 200 \times 1 = 662 \text{ N/mm} > 235,5 \text{ N/mm}$

Dvs. god margin til trykkbrudd.

E.2.5.2.2 Skjærstrekkbrudd

a) Formler

Kapasiteten pr. lengdeenhet av det dimensjonerende snitt er gitt med (PA.12.3.5.7):

$v_{cd} = 0,3[f_{td} + k_A A_s / \gamma_c b_w d] dk_v$

hvor

$f_{td} = 1,40/1,4 = 1,0 \text{ N/mm}^2$

$k_A = 100 \text{ N/mm}^2$

$\gamma_c = 1,4$

$b_w = u_0$

$$d = 0,2 \text{ m}$$

$$k_v = 1,5 - d/1 = 1,3 \quad (1,0 < k_v < 1,4)$$

b) Påvisning for 1. dimensjonerende snitt : $u_0 = 1200 \text{ mm}$.

Skjærstrøm i punkt C : $\max v_f^{V+M} = 149 \text{ N/mm}$

$A_s = \Sigma A_{si}$: Negativt momentet over søylene: Det skal regnes med armeringen på oversiden.

$$\Sigma A_s = 2 \times 565 \text{ mm}^2 = 1130 \text{ mm}^2 \text{ (Sum fra begge sider)}$$

Det gir, med armeringen fra x- og y-retning regnet effektiv med faktoren $1/\sqrt{2}$ i ξ -retning:

$$v_{cd} = 0,3[1,0 + 100 \times 1130 / (1,4 \times 1200 \times 200)\sqrt{2}]200 \times 1,3 = 96,6 \text{ N/mm} < v_{f,c} = 149 \text{ N/mm}.$$

Skjærarmering er nødvendig, som beregnes etter (PA.12.3.5.7) med $k_v = 1,0$ (12.3.5.7)

Tar hensyn til at v_f varierer mellom punkt C og punkt B:

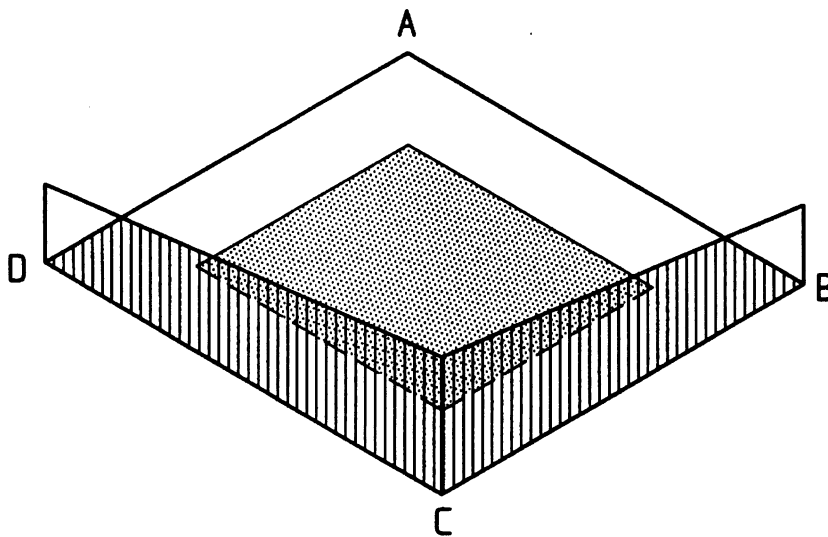
I punkt B og D blir skjærstrømmen tilnærmet: $\min v_{f,d} = 131,7 - 17,3 = 114,4 \text{ N/mm}$, se Figur E.2.4.

Gjennomsnittlig skjærstrøm er $131,7 \text{ N/mm}$, som gir et samlet behov for skjærarmering:

$$\Sigma A_{sv} = (v_f - v_{cd})b/f_{sd} \text{ hvor } v_{cd} = 96,6/1,3 = 74,3 \text{ N/mm, dvs.}$$

$$\text{nødv.} \Sigma A_{sv} = (131,7 - 74,3)1200/400 = 172 \text{ mm}^2, \text{ som vertikale bøyler}$$

Velger 2 stk bøyler Ø8, to-snittet som gir $A_{sv} = 200 \text{ mm}^2$ på hver side, dvs. i alt 400 mm^2 .



Figur E.2.4 : Skjærkraftfordeling langs 1. dimensjonerende snitt

c) Påvisning for 2. dimensjonerende snitt : $u_0 = 2 \times 800 = 1600$

$$\text{Her er } v_{cd} = 0,3[1,0 + 100 \times 1130 / (1,4 \times 1600 \times 200)\sqrt{2}]200 \times 1,3 = 92 \text{ N/mm}$$

og

$$v_f = (162,6 - 0,8^2 \times 12,9) \times 10^3 / 1600 = 96,44 \text{ N/mm}$$

Bøyer for eksempel opp en av lengdearmeringsstengene ($\varnothing = 12 \text{ mm}$) fra feltet, fra x- og y-retning.

E.2.5.3 Momenter som skal innføres som momenter direkte i søylen ($b_x = b_y = b$)

$$\text{Momentet som overføres ved skjærkrefter} = [(1/2) \max v_f^M (a/2) (2a/3)]\sqrt{2} = [\max v_f^M (a^2/6)]\sqrt{2}$$

$$M_{\xi}^V = [17,35 \times 600^2/6]\sqrt{2} \times 10^{-6} = 1,5 \text{ kNm}$$

$$M_{\xi, \text{red}} = M_{S, \xi} - M_{P, \xi}^V = -41,9 + 1,5 = -40,4 \text{ kNm} \quad (\text{Innføres som rent moment})$$

$$M_{x, \text{red}} = M_{y, \text{red}} = -40,4/\sqrt{2} = -28,6 \text{ kNm}$$

Uten hensyn til et eventuelt 2. ordens momenttillegg skal søyleverrsnittet i kontaktflaten dimensjoneres for momentet $M_{\xi} = 41,9$ og aksialkraften $F = 162,6 \text{ kN}$.

Beregning av søylen gjennomføres ikke i dette eksemplet.

E.2.6 Bruksgrensetilstanden - Tilnærmet beregning av platens nedbøyninger

E.2.6.1 Grunnlag

Grunnlaget er gitt i punkt 4.4. Formelverket er gitt i Tillegg C.

Beregner for dette eksemplet $\delta_{1,g}$, dvs. summerer nedbøyningen i x-retningen for søylestripen og i y-retningen for platestripen. I dette symmetriske tilfellet er $\delta_{1,g} = \delta_{2,g}$

E.2.6.2 Nedbøyning i x-retning i søylestripen : δ_x^s

a) Lastvirkninger

Beregner nedbøyningen på grunnlag av de beregnede momentene, skalert ned til bruksgrenselast.

Permanent last = $7,0 \text{ kN/m}^2$, som gir :

$k_g = 7,0/12,9 = 0,543$ som skaleringsfaktor. Utstrekningen for dette momentet i x-retning er $0,08 \times 6,6 \text{ m} = 0,53 \text{ m}$, se punkt c). Forutsetter derfor en bredde lik 1. søylestripe inkl. utstikket, dvs. $1,075 \text{ m}$.

Det gir:

$$m_{SS,X} = -0,543 \times 29,63/1,075 = -15,0 \text{ kNm/m},$$

$$m_{FS,X} = +0,543 \times 67,53 = +36,7 \text{ kNm/m}$$

$$m_{FF,Y} = +0,543 \times 55,41 = +30,09 \text{ kNm/m}$$

b) Stivheter

Stivhetsfaktoren bestemmes direkte ved formler eller ved lineær interpolasjon etter tillegg C, på grunnlag av størrelsen $n\mu_{\infty}$. Hvis n antas til 20 kan verdiene i Tabell C.1 benyttes direkte.

Snitt	A_s mm^2/m	$\mu = A_s/bd$	$n\mu_{\infty}$	ξ	$EI_{II,X,i} = E_s A_s d^2 \xi$ Nmm^2/m
SS,X0	526	0,00263	0,0526	0,634	$2,68 \times 10^{12}$
FS,X1	1019	0,00510	0,102	0,563	$4,59 \times 10^{12}$
FF,Y0/FF,X0	828	0,00414	0,0828	0,594	$3,93 \times 10^{12}$
FF,Y1/FF,X1	828	0,00414	0,0828	0,594	$3,93 \times 10^{12}$

På grunnlag av momentnullpunktene bestemt i c) nedenfor kan midlere stivhet beregnes:

$$(EI)_{II,X,m} = [2 \times 0,08 \times 2,68 + 0,84 \times 4,59] 10^{12} = 4,28 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2/\text{m}$$

c) Momentnullpunkter

Etter Tillegg D er momentene i et vilkårlig punkt, for dette tilfellet analogt Platefelt F:

$$m_{XS,i} = 4 m_{0S,X1} (\kappa_0 - \kappa_0^2) + m_{SS,X2}$$

Her er $m_{0S,X1} = (15,0 + 36,7) = 51,7 \text{ kNm/m}$, og $m_{SS,X2} = -15 \text{ kNm/m}$, som gir:

$$4 \times 51,7 (\kappa_0 - \kappa_0^2) - 15 = 0$$

som har som løsning $\kappa_{01} = 0,08$ og $\kappa_{02} = 0,92$

d) Nedbøyning i søylestripen, midt i feltet, pga. g

$$\begin{aligned}\delta_{X1,g}^S &= (M_{FS,X} + |M_{SSX}|)l^2/9,6EI_{II,Sm} - M_{SS,X}l^2/6EI_{II,Sm} = \delta_X^S \\ \delta_X^S &= (36,7 + 15,0) \times 10^6 \times 6600^2 / (9,6 \times 4,28 \times 10^{12}) - 15,0 \times 10^6 \times 6600^2 / 6 \times 4,28 \times 10^{12} \\ \delta_X^S &= 2252/41,09 - 653,4/25,68 = 54,8 - 25,4 = \underline{29,4 \text{ mm}}\end{aligned}$$

Man ser den store betydningen av innspenningen, selv med den begrensede lengde på platen som har negative momenter.

E.2.6.3 Nedbøyning i y-retning i feltstripen : δ_Y^F

a) Lastvirkninger

$$m_{FF,Y} = 30,09 \text{ kNm/m}$$

b) Stivhet

$$EI_{II,Y,i} = 3,93 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2/\text{m}, \text{ konstant i feltstripen i hele lengden.}$$

c) Max. nedbøyning i feltstripen

$$\delta_Y^F = (m_{FF,Y})l^2/9,6EI_{II,F}$$

Det forutsettes at platen i y-retningen har en spennvidde lik avstanden mellom søyleleaksene = 6,6 m, som konservativ verdi.

$$\delta_Y^F = 30,09 \times 10^6 \times 6600^2 / (9,6 \times 3,93 \times 10^{12}) = \underline{34,7 \text{ mm}}$$

E.2.6.4 Samlet nedbøyning i midtpunktet

Dvs. $\delta_g = \delta_X^S + \delta_Y^F = 29,4 + 34,7 \text{ mm} = \underline{64 \text{ mm}}$. Det tilsvarer ca. $l/100$, som antas å være betydelig mer enn akseptabelt. Dersom for eksempel $l/300 = 20 \text{ mm}$ benyttes som overhøyde blir resterende nedbøyning beregningsmessig lik ca 44 millimeter, som tilsvarer $l/150$, dvs. også en relativt stor verdi.

(Beregningsmessig bør det uansett begrenses hva som trekkes fra som overhøyde.)

E.2.6.5 Tiltak for å begrense nedbøyningen

Overhøyde løser ikke det egentlige problem; at stivheten i platen er for lav. Stivheten kan økes ved:

- a) Økning i armeringsmengden
- b) Økning av tverrsnittshøyden

Den foreliggende momentfordeling er ikke tallmessig blant tilfellene i Tillegg D. Dersom det kreves at nedbøyningen for permanent last skal begrenses til f.eks. ca $25 \text{ mm} = l/264$ kan, som en ren regneøvelse, nødvendig justering estimeres på følgende måte, der det prinsipielt kan forutsettes økning av både armeringsmengde og tverrsnittshøyde:

- Momentfordelingen tilsvarer prinsipielt Platefelt F
- Totalmomentet i søylestripen setter seg sammen av et konstant moment $m_{SS,X2}$, + et statisk bestemt moment $m_{0S,X1}$, hvor
 $m_{0S,X1} = 51,7 \text{ kNm/m}$ og $m_{SS,X2} = -15 \text{ kNm/m}$
- I feltstripen er momentet statisk bestemt med største verdi $= m_{0F,Y1} = 30,09 \text{ kNm/m}$.
- Generelt kan skrives:
 $m_{SS,X2} = k_S g_0 l_X^2$, hvor k_S er momentkoeffisienten
- Hvis platetykkelse (egenlast) endres, endres momentet med faktoren (g/g_0) , der g_0 er opprinnelig egenlast og g er egenlast med ny platetykkelse.
- Det gir for de tre momentene følgende momentkoeffisienter:
 $m_{SS,X2} = -15 \text{ kNm/m} = k_S g_0 l_X^2 = k_S g_0 \times 6600^2$, som gir $k_S = 15000/(g_0 \times 6600^2)$
 $k_{S,2} = 3,44 \times 10^{-4}/g_0$, det gir ny $m_{SS,X2} = -3,44 \times 10^{-4} l_X^2 (g/g_0)$
 $m_{0S,X1} = 51,7 \text{ kNm/m} = k_S g_0 l_X^2$, som gir $k_S = 51700/(g_0 \times 6600^2)$
 $k_{S,0S} = 11,87 \times 10^{-4}/g_0$, som med g som last gir ny $m_{0S,X1} = 11,87 \times 10^{-4} l_X^2 (g/g_0)$
 $m_{0F,Y1} = 30,09 \text{ kNm/m} = k_S g l_Y^2$, som gir $k_S = 30090/(g_0 \times 6600^2)$
 $k_{S,0F} = 6,91 \times 10^{-4}/g_0$, det gir ny $m_{0F,Y1} = 6,91 \times 10^{-4} l_Y^2 (g/g_0)$
- For søylestripen er nedbøyningen etter (D.18):
 $\delta_X^S = 0,1042 m_{0S,X1} l_X^2/EI + 0,125 m_{SS,X1} l_X^2/EI$, som med g som ny last gir
 $\delta_X^S = (g/g_0) [0,1042 \times 11,87 \times 10^{-04} l_X^4/EI - 0,125 \times 3,44 \times 10^{-04} l_X^4/EI]$
 $\delta_X^S = (g/g_0) [1,237 \times 10^{-04} l_X^4/EI - 0,43 \times 10^{-04} l_X^4/EI] = (g/g_0) [0,807 \times 10^{-04} l_X^4/(EI)^S]$
- For feltstripen er nedbøyningen etter (D.7) for den statisk bestemte andel:
 $\delta_Y^F = m_{0F,Y1} l_Y^2 (\kappa - 2\kappa^3 + \kappa^4/3EI)$, hvor $\kappa = 0,5$
 $\delta_Y^F = (g/g_0) [6,91 \times 10^{-4} l_Y^4 (0,5 - 0,25 + 0,0625)/3EI] = (g/g_0) [0,72 \times 10^{-4} l_Y^4/(EI)^F]$

Total nedbøyning

$$\delta^{S+F} = (g/g_0) [0,807 \times 10^{-4} l_X^4/(EI)^S + 0,72 \times 10^{-4} l_Y^4/(EI)^F]$$

$$\delta^{S+F} = (g/g_0) [0,807 l_X^4/(EI)^S + 0,72 l_Y^4/(EI)^F] 10^{-4}$$

Med $EI = E_s A_s \xi d^2$ blir etter punkt C.2:

$$\delta^{S+F} = (g/g_0) [0,807 l_X^4/A_s \xi + 0,72 l_Y^4/A_s \xi] 10^{-04}/E_s d^2$$

Med permanent last bare fra platen kan, med $g/g_0 = h/h_0 \cong d/d_0$, dette skrives som:

$$\delta^{S+F} = (h/h_0) [0,807 l_X^4/E_s (A_s \xi)^S d^2 + 0,72 l_Y^4/E_s (A_s \xi)^F d^2] 10^{-4}$$

Her betegner h ny platetykkelse og h_0 opprinnelig platetykkelse.

$$\delta^{S+F} = [0,807 l_X^4/E_s (\mu \xi)^S d^2 + 0,72 l_Y^4/E_s (\mu \xi)^F d^2] / 10^4 d_0 b$$

Derved kan nødvendig høyde bestemmes:

$$d^2 = [0,807l_X^4/(\mu\xi)^S + 0,72l_Y^4/(\mu\xi)^F]/10^4 E_s d_0 b \delta^{S+F}$$

Med eksemplets tallverdier:

For søylestripe velges $\mu = 0,02$, som gir $\xi = 0,339$

For feltstripe velges $\mu = 0,015$, som gir $\xi = 0,386$

δ^{S+F} skal begrenses til 25 mm. Det gir: (Med $b = "1"$)

$$d^2 = [0,807/(0,02 \times 0,339) + 0,72/(0,015 \times 0,386)](6600^4)/10^4 (2 \times 10^5 \times 200 \times 25)$$

$$d^2 = [2,258 \times 10^{17} + 2,360 \times 10^{17}]/10^{13} = 4,618 \times 10^4$$

$$d = 214 \text{ mm, dvs. } h = \text{ca. } 260 \text{ mm.}$$

Her er neglisjert at utgangsmomentene inkluderte en egenlast fra belegget i tillegg til egenlasten fra platen. Hvis det tas hensyn til dette vil kravet til d reduseres noe, fordi innflytelsen av den andre egenlasten synker, relativt sett. Reduksjonen er imidlertid ubetydelig (ca. 2 %).

Konklusjon: Selv denne meget store økningen av armeringsmengden (i søylestripe 4,2 ganger, i feltstripe 3,6 ganger) krever at høyden økes noe for å begrense nedbøyningen til 25 mm for egenlasten fra plate.

E.2.7 Sammenligning av resultatene med lastvirkninger beregnet etter [17]

E.2.7.1 Orientering

I [17] er det gitt tabeller for momentene for hvs. fritt opplagt plate (Platte I/1/a) og for plate med full innspenning i søylepunktene (Platte I/3/a). Tabellene forutsetter elastisk oppførsel (klassisk plateteori), og konstant stivhet. Det angis at feltmomentene skal bestemmes med platen forutsatt fritt opplagt. Det tolkes til å bety at det ikke er forutsatt å korrigere feltmomentene for en innspenning i søylene. Anvisningen kan skyldes et ønske om forenkling, eller for å ha en viss tilleggssikkerhet. Som det fremgår av dette eksemplet er betydningen av innspenningen signifikant, spesielt for nedbøyningene. Uten korreksjon for innspenningen bør imidlertid avvikene mellom lastvirkningene ikke være for store. Her er noen resultater fra sammenligningen:

E.2.7.2 Momenter i felt uten korreksjon for søyleinnspenning etter [17]

Med Platte I/1/a, etter [17] der k_m her benyttes som symbol for momentkoeffisienten for å hindre forveksling med m_m som er brukt i [17]:

$$m = K/k_m, \text{ hvor } K = r_f L_X L_Y = 12,9 \times 6,6^2 = 561,92 \text{ kN}$$

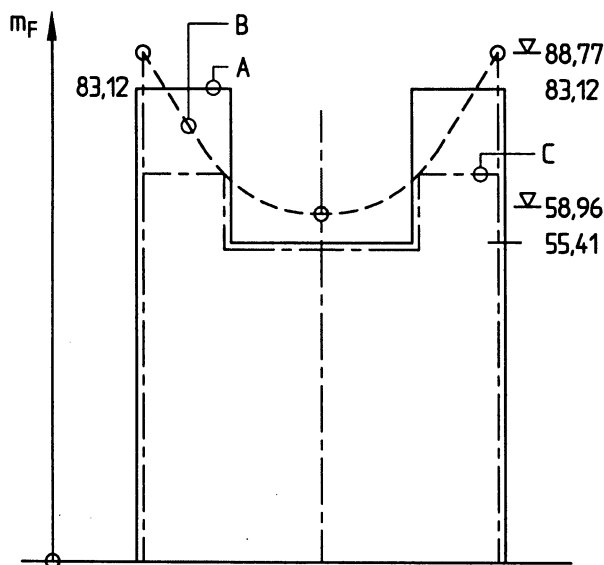
For $m_{FF,1}$ er $k_m = 9,53$, og for $m_{FS,1}$ er $k_m = 6,33$. Det gir

$$m_{FF,1} = 561,92/9,53 = \underline{58,96 \text{ kNm/m}}$$

$$m_{FS,1} = 561,92/6,33 = \underline{88,77 \text{ kNm/m}}$$

Figur E.2.5 viser momentintensiteten i midtsnitt av platen (X1) med kurve A og B etter hvs. punkt 4.3 (stripemetoden) og etter [17]. Det fremgår at momentsummen er temmelig den samme, men fordeling av intensiteten blir nødvendigvis noe forskjellig siden stripeløsningen forutsetter stykkevis konstant verdi. Armeringsbehovet blir tilnærmet det samme. Hvis det tas hensyn til innspenningen som vist i

eksemplet vil det bli en merkbar forskjell. For øvrig vil den virkelige fordelingen endres ved opprissing; momentene tilpasser seg den armeringen (stivhet) som tverrsnittene har.



- A er feltmomentet etter punkt 4.3 (stripemetode), uten korreksjon for innspenning i søyle
- B er feltmomentet etter elastisitetsteorien [17], uten korreksjon for innspenning i søyle
- C er feltmomentet etter punkt 4.3 (stripemetode), etter korreksjon for innspenning i søyle

Figur E.2.5 : Momentintensiteter i felt (x_1) etter [17] og etter Punkt 4.3 (stripemetode)

E.2.7.3 Innspenningsmomentet

Når det gjelder innspenningsmomentet kan bare fastinnspenningsmomentene sammenlignes, dvs. hvor platen betraktes som fullt innspent i søylene:

Etter [17], "Platte $I/3/a$ " blir:

$$K = r_f L^3 = 12,9 \times 6,6^3 = 3708,7 \text{ kNm}$$

$$M_{PL,\xi} = K/k_{mpl} = -3708,7/33 = -112,38 \text{ kNm}, \text{ Her er } \alpha = 45^\circ (\varphi)$$

$$M_{SS,x} = M_{SS,y} = K/k_{mss,x} = -3708,7/47 = -78,91 \text{ kNm} \cong -112,38/\sqrt{2} = 79,46$$

(Differensen skyldes at momentkoeffisientene i [17] bare er gitt med 2 siffer (heltal))

For lokalmomentet $m_{PL,\xi}$ (intensiteten) angir [17] følgende formel for tverrsnittsbredden:

$$b_m = 1,5(b_x + b_y M_{SS,x}/M_{SS,y})$$

Med tallverdier fra eksemplet blir bredden for intensiteten lik $b_m = 1,5(0,3 + 0,3 \times 1) = 0,9$. Her inngår intet plateutstikk. Det gir:

$$m_{PL,\xi} = -112,38/0,9 = -124,87 \text{ kNm/m}$$

For x- og y-retning blir dimensjonerende bredde lik $0,9/\sqrt{2} \cong 0,64$

E.2.7.4 Innspenningsmomentet i ξ -retningen etter punkt 4.3 (stripemetode)

Etter E.2.4.2.2 er fastinnspenningsmomentet etter punkt 4.3 (stripemetode):

$$M_{PL,X}^{(0)} = M_{PL,Y}^{(0)} = -88,97 \text{ kNm. Det gir } M_{PL,\xi}^{(0)} = -88,97 \times \sqrt{2} = -125,82 \text{ kNm}$$

For å bli sammenlignbart med momentet etter E.2.7.3 skal verdien korrigeres med faktoren $6,6/(6,6 + 2 \times 0,25) = 0,93$ for å ta hensyn til at $M_{PL,X}^{(0)}$ er regnet med laster med lastareal $6,6^2 \text{ m}^2$ mens stripeberegningen har $7,1^2 \text{ m}^2$ som areal. Det gir:

$$M_{PL,\xi}^{(0)} = -125,82 \times 0,93 = -117,02 \text{ kNm}$$

E.2.7.5 Sammenligning av momenter

De globale fastinnspenningsmomentene har således en differanse :
ca. $(117,02 - 112,38)/1,17 = 4 \%$.

Med bredde $b_{m,x}$ som angitt i E.2.4.2 for stripemetoden, blir $b_{m,\xi} = 0,6 \times \sqrt{2} = 0,85$ og

$$m_{PL,\xi}^0 = -117,02/0,85 = 137,91 \text{ kNm/m}$$

Differensen her blir $(137,91 - 124,87)/1,38 = 9,4 \%$

Sammenligningen av momentintensitetene er imidlertid ikke helt reell bl.a. på grunn av at det ved stripeberegningen er tatt hensyn til en endelig lengde for utstikket.

Tabell E.2.1 Sammenstilling av momenter bestemt etter [17] og etter punkt 4.3

Moment	Etter punkt 4.3 (stripemetode)		Etter [17]	
Feltmomenter uten søyleinnspenning	$m_{FS,1}$ 83,12 kNm/m	$m_{FF,1}$ 55,41 kNm/m	$m_{FS,1}$ 88,77 kNm/m	$m_{FF,1}$ 58,96 kNm/m
Platemomenter v/søyle med fast innspenning	$M_{PL,\xi}^0$ - 117,02 kNm	$m_{PL,\xi}^0$ -137,91 kNm/m	$M_{PL,\xi}$ - 112,38 kNm	$m_{PL,\xi}$ -124,87 kNm/m

E.2.7.6 Nedbøyninger

Beregner her nedbøyningen i midtpunktet bestemt etter [17], hvor verdien for "Platte I/1/a gjelder for fritt opplagt plate, og sammenligner med nedbøyningsverdien etter stripeløsningen der det ikke tas hensyn til innspenningen, som er de sammenlignbare situasjoner.

E.2.7.6.1 Uriset tverrsnitt

A) Nedbøyning etter [17], dvs. elastisitetsteorien for plater:

$$w_m = p(l_x)^3 / k_w EI = p(l)^4 / k_w EI$$

$$\text{hvor } g = 7,0 \text{ kN/m}^2 = 0,007 \text{ N/mm}^2 \quad l_x = l_y = 6600 \text{ mm}$$

$$k_w = 35,2 \text{ (Tabellverdi)}$$

$$EI = \text{Bøyestivhet pr. breddeenhet (Nmm}^2/\text{mm)} = d^3/12E$$

Med tallverdier : $w_m = 0,007 \times 6600^4 / 35,2EI = 3,77 \times 10^{11} / EI \text{ (mm)}$

B) Nedbøyning med momentfordeling etter punkt 4.3 (stripeløsning)

$$\delta_g = \delta_x^s + \delta_y^F = [m_{FS,XI}^0] l_x^2 / 9,6 EI + [m_{FF,Y}] l_y^2 / 9,6 EI, \text{ der}$$

$$\delta_x^s = 0,543 \times [83,12] \times 10^3 \times 6600^2 / 9,6 EI = 2,05 \times 10^{11} / EI \text{ (mm)}$$

$$\delta_y^F = 0,543 \times [55,41] \times 10^3 \times 6600^2 / 9,6 EI = 1,37 \times 10^{11} / EI \text{ (mm)}$$

$$\text{Det gir } \delta_g = (2,05 + 1,37) \times 10^{11} / EI \text{ (mm)} = 3,42 \times 10^{11} / EI \text{ (mm)}$$

Spennvidden i feltstripen er satt lik avstanden mellom søylenes senterlinjer = 6,6 m

E.2.7.6.2 Risset tverrsnitt

A) Etter [17]

For risset tverrsnitt antas stivheten lik middelverdien av felt- og søylestripens verdier:

$$(EI)_{II} = (3,93 + 4,28) \times 10^{12} / 2 \text{ Nmm}^2/\text{m} = 4,01 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2/\text{m}$$

Det gir

$$w_m = 3,77 \times 10^{11} / 4,01 \times 10^{12} / 10^3 \text{ (mm)}$$

$$\underline{w_m = 92,0 \text{ mm}}$$

B) Etter stripeløsningen

Søylestripe i x-retning:

$$\delta_x^s = 2,05 \times 10^{11} / 4,28 \times 10^{12} / 10^3 \text{ (mm)} = 47,9 \text{ mm}$$

Feltstripe i y-retning:

$$\delta_y^F = 1,37 \times 10^{11} / 3,93 \times 10^{12} / 10^3 \text{ (mm)} = 36,3 \text{ mm}$$

Det gir

$$\delta_g = \delta_x^s + \delta_y^F = 47,9 + 36,3 = 84,2 \text{ mm}$$

E.2.7.6.3 Sammenligning mellom nedbøyningene, som fritt opplagt plate

Beregningsmetode	Nedbøyning, urisset tverrsnitt	Nedbøyning, risset tverrsnitt
Stripemetode	$3,42 \times 10^{11} / EI \text{ (mm)}$	84,2 (mm)
El.teori etter [17]	$3,77 \times 10^{11} / EI \text{ (mm)}$	92,0 (mm)
Differense %	9	9

E.2.7.7 Konklusjoner

Det synes som om stripemetodens enkle antagelse, der begge søylestripenes bredde i felt som grunnlag for platens stivhet i rammeberegningen (den globale analyse), gir tilstrekkelig nøyaktige dimensjonerende momenter i bruddgrensetilstanden.

For den lokale lastvirkning ved innføring av momentet i søyle vil en platebredde som her er antatt for stripeløsningen gi noe større momentintensitet, men for denne størrelse er sammenligningen ikke helt relevant. For påvisning av søylens kapasitet gjelder søyletverrsnittet, som som regel er mindre, men kan ha større effektiv høyde,

Stripemetoden for å beregne platens forskyvninger gir resultater av samme størrelsesorden som verdier etter [17]. Feltstripens spennvidde kan antas lik avstanden mellom søyleaksene. Den tallmessige nøyaktigheten av nedbøyningen vil avhenge av de stivhetsantagelser som gjøres.

E.2.8 Sammenligning med momenter regnet etter [9]

E.2.8.1 Formler

Benytter formelverket fra [9] direkte, selv om det ikke er lagt opp for et flatdekke med ett felt.

For en hjørnesøyle: $M_{SS,X0} = M_{SS,Y0} = (M_{SU} - M_{SO})/(1,5d_s)$, hvor

M_{SU} er søylemomentet i søylen under platen, ved platen og M_{SO} er søylemomentet i søylen over platen, ved platen.

I vårt tilfelle (bare søyle under) er M_{SO} lik = 0, dvs. $m_{SS,X0} = m_{SS,Y0} = - M_{SU}/(1,5d_s)$

$M_{SU} = (c_u M_R^0)/(1 + c_o + c_u)$, hvor $c_o = 0$, som gir $M_{SU} = (c_u M_R^0)/(1 + c_u)$

$$c_u = (I_s/I_s) \times l_x/I_{pl}$$

E.2.8.2 Stivheter

Søyle: Som stripeløsningen : $I_s/I_s = 6,75 \times 10^8 / 3600 = \underline{1,875 \times 10^5 \text{ mm}^3}$

Plate: $I_{pl} = b_m h^3 / 12$, hvor $b_m = \lambda \min l_y$

λ bestemmes på grunnlag av $d_s / \min l_y = 300 / 6600 = 0,045$:

Med "Tafel 3.6": $\lambda = 0,4$, dvs.

$b_m = 0,4 \times 6600 = 2640 \text{ mm}$.

$I_{pl} = 2640 \times 250^3 / 12 = 3,438 \times 10^9 \text{ mm}^4$

E.2.8.3 Innspenningsmomenter

$$c_u = 1,875 \times 10^5 \times 6600 / 3,438 \times 10^9 = 0,36$$

$$M_R^0 = -\psi g b_L I_x^2 / 12 = 0,636 \times 0,0129 \times (7100/2) \times 6600^2 / 12 = - \underline{105,73 \times 10^6 \text{ Nm}}$$

Her er størrelsen ψ bestemt med "Tafel 3.6" : $\psi = 0,5 + 3 \times 300 / 6600 = 0,636$

Det gir : $M_{SU} = 0,36 \times 105,73 / 1,36 = 28,0 \text{ kNm}$.

$$m_{SS,X0} = - 28,0 / (1,5 \times 0,3) = - \underline{62,2 \text{ kNm/m}}$$

$M_{SS,Y0} = M_{SS,X0} = M_{SS,X2} = M_{SS,Y2} = M_{SU}$ og $m_{SS,Y0} = m_{SS,X0} = m_{SS,Y2} = m_{SS,X2}$

E.2.8.4 Feltmomenter

Forholdet mellom søylestripens og feltstripens momentintensiteter i felt er gitt i "Bild 3.4".

Størrelsene beregnes tilsvarende stripeløsningen, som vist i E.2.4.1:

$$m_{FS,X1}^0(0,20 \times 6,6 + 0,25)2 + 0,6 \times 6,6 m_{FF,X1} = \max M_{F,X1} = 498,71$$

og $m_{FS,X1}^0 / m_{FF,X1} = 1,25/0,84$

Det gir følgende momentintensiteter i midtsnitt (x_1) før korleksjon for innspenningen:

$$m_{FS,X1}^0 = 85,96 \text{ kNm/m og } m_{FF,X1} = \underline{57,77 \text{ kNm/m}}$$

Korrigert for innspenningen blir $m_{FS,X1} = 85,96 - 28/(0,2 \times 6,6 + 0,25) = \underline{68,13 \text{ kNm/m}}$

Totalt moment i søylestripene: $M_{FS,X1} = 68,13 \text{ kNm/m} \times 1,57 \text{ m} \times 2 = \underline{213,92 \text{ kNm}}$

Totalt i moment i feltstripen: $M_{FF,X1} = 57,77 \text{ kNm/m} \times 0,6 \times 6,6 \text{ m} = \underline{228,77 \text{ kNm}}$

Det reduserte totalmomentet i feltet, dvs. det statisk bestemte momentet minus innspenningsmomentet:

$$M_{F,X1,\text{red}} = 498,71 \text{ kNm} - 2 \times 28,0 = 498,71 - 56 = \underline{442,13 \text{ kNm}}$$

$$M_{F,Y1,\text{red}} = M_{F,X1,\text{red}}$$

$$\text{Kontroll: } M_{FS,X1} + M_{FF,X1} = 213,92 + 228,77 = 442,69 \cong M_{F,X1,\text{red}} = 442,13 \text{ kNm}$$

E.2.8.5 Sammenligning mellom resultatene etter [9] og etter punkt 4.3 (stripeløsning)

Det første tallet er resultatet etter [9]

- Totalt innspenningsmoment blir tilnærmet like: 28,0 mot 29,63 kNm
- Totalt redusert feltmoment $M_{F,X1,\text{red}}$ blir derfor tilnærmet like: 442,13 mot 439,45 kNm
- Feltmomentintensiteten i søylestripen $m_{FS,X1}$ blir tilnærmet like: 68,13 mot 67,53 kNm/m. Totalmomentet blir imidlertid merkbart forskjellige: 213,92 mot 256,61 kNm
- Feltmomentintensiteten i feltstripen $m_{FF,X1}$ blir tilnærmet like: 57,77 mot 55,41 kNm/m. Totalmomentet blir imidlertid merkbart forskjellige: 228,77 mot 182,85 kNm
- Intensiteten av innspenningsmomentene blir merkbart forskjellige: 62,22 mot 49,38 kNm/m

Forskjellen i totalmomentene i feltet skyldes hovedsakelig at metodene forutsetter ulike bredder på stripene. Denne bokens stripeløsning gir av den grunn en større andel av momentet til søylestripen. Resultatene i c) og d) er således i samsvar med hverandre.

Resultatet i e) skyldes at i [9] fordeles momentet på en bredde $1,5 \times \text{søylebredden} = 0,45 \text{ m}$.

For stripeløsningen ble det forutsatt en fordeling over 0,60 m. Se hertil E.2.4.2.2 og E.2.7.3, hvoretter [17] gir intensiteter som ligger nærmere denne bokens stripeløsning.

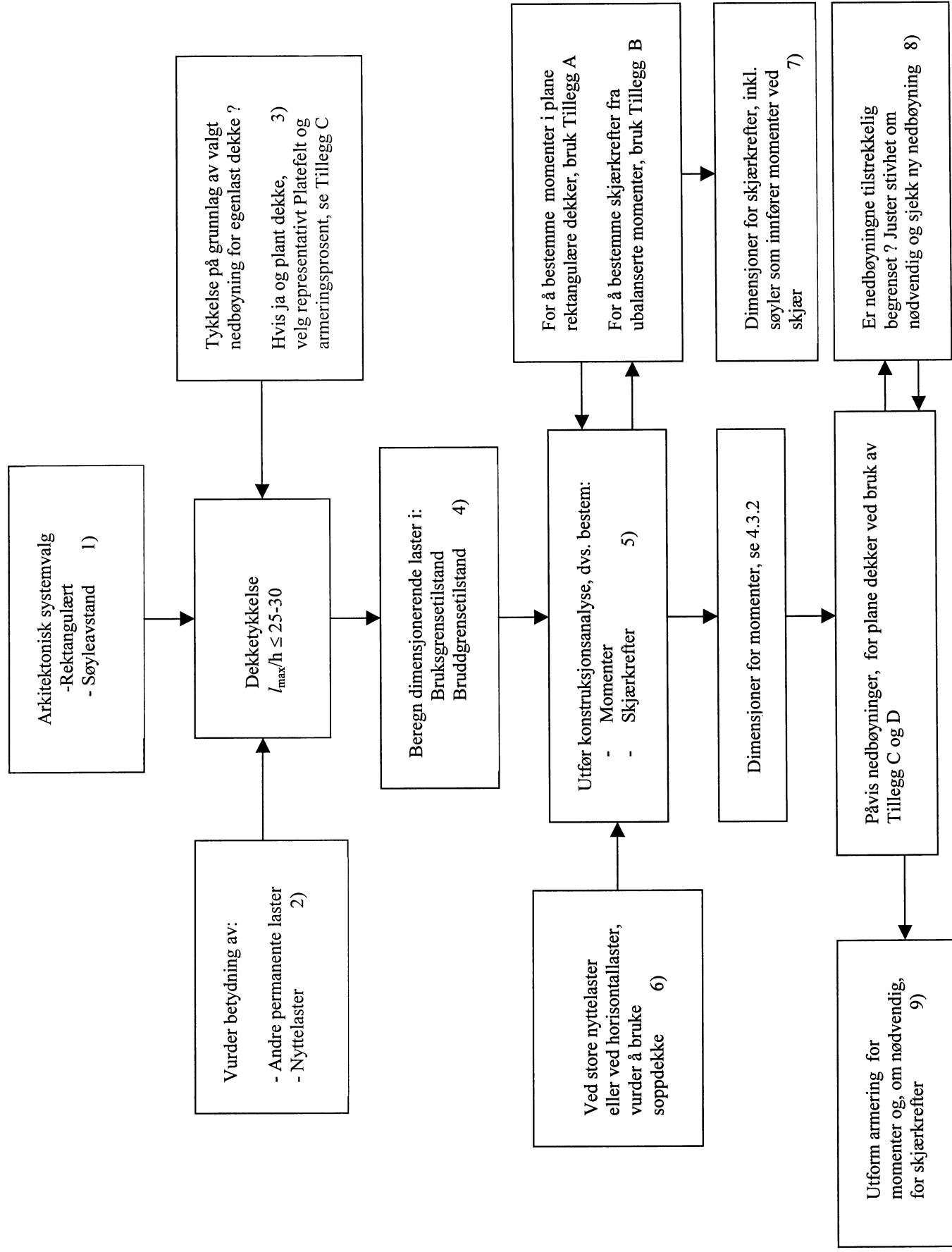
TILLEGG F: FLYTSKJEMA FOR KONSTRUKSJONSBEREGNING OG UTFORMING AV FLATDEKKER

F.1 Noter til flytskjema

Hensikten med flytskjemaet er å illustrere en naturlig rekkefølge i beregningsgangen for plane flatdekker, som Tilleggene er utarbeidet for. Følgende noter gjelder for flytskjemaet på neste side:

- 1) Systemvalget vil henge nøye sammen med byggverkets formål som er en arkitektonisk oppgave. Dette bør vurderes nøye dersom spennviddene skal overstige 7,2 m, som er en ofte forekommende planleggingsmodul. Et flatdekke, dvs. uten søyleforsterkning, gir som regel det mest økonomiske dekket. Merk at tabellene i Tilleggene gjelder for dette og for rektangulære system.
- 2) Valg av dekketykkelse blir ofte gjort på grunnlag av dekkets egenlast alene. Dersom det er annen signifikant permanent last, eller relativt stor nyttelast, bør dette tas hensyn til ved valg av dekketykkelse. Dekketykkelsen skal overholde minimumskrav etter gjeldende NS 3473. En slik dekketykkelse vil ofte gi uakseptable nedbøyninger. Det anbefales å ta hensyn til opprettingsmasse i lastberegningen.
- 3) Dersom nedbøyningene under planleggingen tillegges stor betydning for bruken av byggverket, kan en ved bruk av tillegg C og D forhåndsbestemme den tykkelsen som er nødvendig for å begrense nedbøyningen til en valgt størrelse. De ulike platefelt har ulike nedbøyningskoeffisienter. Størst nedbøyning for samme stivhet har, etter Tabellene D.7.1 og D.8.2, Platefeltene A, B og C. Det kan for eksempel være hensiktsmessig å legge Platefelt C til grunn for fastsettelse av tykkelse. Platefelt A kan da armeres opp, og for de øvrige Platefelt vil nedbøyningen normalt ikke bli sjenerende. Metoden krever at det velges en gjennomsnittlig armeringsprosent for søyle- og feltstripe, hhv. at det itereres.
- 4) Lastene beregnes i henhold til NS 3491, og lastkombinasjoner med tilhørende lastfaktorer etter NS 3490. Med valgt dekketykkelse er egenlasten av dekket gitt.
- 5) For plane dekker bestemmes momentene med momentkoeffisientene i Tillegg A. Der er oppgitt verdiene for alle aktuelle tilfelle. Dersom flatdekket har mange Platefelt er en differensiering aktuell for å begrense armeringskostnaden. Hvis det ikke er mange Platefelt kan det være hensiktsmessig å forenkle beregning og armeringsføring ved å legge Platefelt med store momentkoeffisienter til grunn.
- 6) Dersom dekket skal utføres som et soppdekke vil tabellene på grunn av dekkets stivhetsvariasjon ikke kunne brukes uten videre. Det vil kreve at dekket beregnes som en ramme, der dekket består av bjelkestriper med ikke konstant stivhet, pga. søyleforsterkningen.
- 7) Ubalanserte momenter har først og fremst betydning for 1. innersøyler, som har last fra alle sider. Rand- og hjørnesøyler får større skjærkrefter fra momenter som innføres via skjærkrefter, men disse søylene har mindre lastflate. Søyletverrsnittet har jo også betydning.

Dersom skjærarmering er nødvendig kan den enklest utføres som bøyer eller med oppbøyde stenger hhv. såkalte ryttere.
- 8) Dersom nedbøyningene er påvist og de er større enn byggverkets karakter og bruk tillater, står en overfor valget om å øke dekketykkelsen eller øke armeringsmengden. Ved relativt begrenset overskridelse kan korreksjonen skje med armering. Det krever ingen endring av andre forutsetninger. En økning av armeringen i feltstripen kan da være hensiktsmessig. Økning av dekketykkelsen er mer effektiv, selv om egenlasten også øker.
- 9) Ved utforming av armeringen skal det påses at konstruksjonsreglene i NS 3473 overholdes, bl.a. mht. krav til gjennomgående armering over søylene.



F.2 Flytskjema for konstruksjonsberegning og - utforming

Notasjoner

For fastleggelse av system- og tverrsnittsgeometri:

A_S	armeringsareal
a	sidekant i et kvadratisk søyletverrsnitt
a_x, a_y	sidekanter i hhv. x- og y-retning i et rektangulært søyletverrsnitt
b	sidekant i et kvadratisk dimensjonerende snitt for skjærkrefter. Indeks som betegnelse for 1., hhv. 2. dimensjonerende snitt osv.
b_x	sidekant av dimensjonerende snitt i x-retning
b_y	sidekant av dimensjonerende snitt i y-retning
d	effektiv høyde, dvs. avstand fra armeringens tyngdepunkt til trykkanten
$d(g)$	beregningsmessig nødvendig effektiv høyde for en valgt nedbøyning for egenlast plate alene
h	platetykkelse
l_x, l_y	spennvidder i hhv x- og y-retning = avstandene mellom søylenes senterlinjer
z_d	tverrsnittets dimensjonerende momentarm for en ståltøyning lik 1,75 x flytetøyningen, og hvor trykksiden er utnyttet mht. fasthet og bruddtøyning
z'_d	tverrsnittets dimensjonerende momentarm hvor tverrsnittet ikke er utnyttet på trykksiden
ξ, ρ	koordinataksler hvor hovedaksen avviker fra x-y systemet
κ	$= x/l$: forholdet mellom snittets absisse x til spennvidden l
κ'	$= x'/l = (1 - \kappa)$: forholdet mellom snittets absisse x' til spennvidden l
κ_{0i}	κ -verdien for momentnullpunktet nærmest snitt i

For momenter:

M_X^M	den delen av søylemomentet som innføres fra platen til søylen via bøyings- eller torsjonsmomenter, i x-retning
$m_{FS,X3}^1$	momentintensitet i 1. søylestripe i felt, her for $x = x_3$ (dvs. i 2. felt = 1. innerfelt), som i forkortet utgave, der det ikke kan forveksles, skrives $m_{FS,3}$
$m_{SS,X2}^1$	momentintensitet i 1. søylestripe over støtte, her for $x = x_2$ (dvs. 1. innersøyle), som i forkortet utgave, der det ikke kan forveksles, skrives $m_{SS,2}$
$m_{FS,X\kappa}^1$	momentintensitet i 1. søylestripe i snitt $x/l = \kappa$, som i forkortet utgave, der det ikke kan forveksles, skrives $m_{FS,\kappa}$

$m_{0S,Xi}^1$ største intensitet i erstatningsmomentet i 1. søylestripe for $x_i = l_x/2$, dvs. i feltets midtsnitt, som i forkortet utgave, der det ikke kan forveksles, skrives $m_{0S,X}$. Her er $i = 1,3,5,7,\dots$ (Det største statisk bestemte erstatningsmomentet)

$m_{0F,Yi}$ største intensitet i erstatningsmomentet i feltstripe for $y_i = l_y/2$, dvs. i feltets midtsnitt, som i forkortet utgave, der det ikke kan forveksles, skrives $m_{0F,Yi}$

$m_{SF,X2}$ momentintensitet over støtte i feltstripen for $x = x_2$

For beregning av skjærkrefter:

M_X^V den delen av søylemomentet som innføres fra platen til søylen via skjærkrefter, i x-retning

I_X^V arealtrehetsmomentet om y-y-aksen for skjærarealet

W_X^V tverrsnittsmodule for skjærarealet relatert til y-y-aksen. $W_X^V = I_X^V / x$

$k_{M,X}$ forholdet mellom den delen av platemomentet som overføres via skjærkrefter til hele det ubalanserte momentet M_{X} . $k_{M,X} = (1 + b_Y/b_X)$

For beskrivelse av lastsituasjonen:

f som indeks betegner faktorisert verdi, dvs. lastvirkningen med tilhørende lastfaktor

g egenlast av platen alene som jevnt fordelt last

g_1 annen permanent last enn egenlast av platen, som jevnt fordelt last

r_f resulterende dimensjonerende flatelast i en grensetilstand

q jevnt fordelt variabel last

For dimensjonerende fastheter i bruddgrensetilstanden:

f_{sd} dimensjonerende armeringsspenning

f_{cd} dimensjonerende betongspenning for trykk

For beregning av forskyvninger:

δ nedbøyning, hvor indeks betegner lasttype

$\delta_{X,g}^S$ nedbøyning i Søylestripen i x-retning for egenlast

$\delta_{Y,q}^F$ nedbøyning i Feltstripen i y-retning for variabel last

ξ stivhetsfaktor for risset tverrsnitt (tilstand II)

μ armeringsprosent (geometrisk = A_s/bd)

$EI_{BX,m}^S$ representativ stivhet for risset tverrsnitt for felt B i x-retning for søylestripe, Vanligvis søylestripe 1. (Indeks II for å betegne tilstand II er her sløyfet)

Litteraturfortegnelse

- [1] NS 3473: Prosjektering av betongkonstruksjoner – Beregnings- og konstruksjonsregler 5. utgave.
- [2] NS 3490: Prosjektering av konstruksjoner – Krav til pålitelighet.
- [3] NS 3576 - 1, 2, 3, 4 : 1997 Armeringsstål - Mål og egenskaper -
Del 1 : Kamtråd B500A
Del 2 : Kamstenger B500B
Del 3 : Kamstenger B500C
Del 4 : Sveiste armeringsnett
- [4] NS 3420: Beskrivelsestekster for bygg og anlegg.
- [5] NS 3465: Utførelse av betongkonstruksjoner.
- [6] Norsk Betongforenings Publikasjon nr. 6 : Skjærkraftkapasitet for plater med konsentrerte laster – 1978.
- [7] Fritz Leonhardt und Edouard Mönnig: Vorlesungen über Massivbau – Zweiter Teil-Sonderfälle der Bemessung in Stahlbetonbau. Springer Verlag. 1974.
- [8] Betonkalender, f.eks. Bind I, 1973.
- [9] DAfStb : Heft 240 - Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen von Stahlbetontragwerken.
- [10] Deutscher Beton-Verein E.V. - Beispiele zur Bemessung nach DIN 1045 - 5. Auflage 1991.
- [11] Deutscher Beton-Verein E.V. - Beispiel zur Bemessung von Betontragwerken nach Eurocode 2, 1994.
- [12] Structural Design Guide to the ACI Building Code - Edward S. Hoffman, David P. Gustafson, Albert J. Gouwens : Kluwer Academic Publishers 1998.
- [13] Beregning av betongkonstruksjoner etter revidert NS 3473 - Bruksgrensetilstanden - Del 1 NIF-kurs, Thore Hagberg, november 1989.
- [14] A. Mehmél und H. Weise: Modellstatische Untersuchung einer Flachdecke des Magazinegebäudes der Stadt- und Universitätsbibliothek Frankfurt am Main. Der Bauingenieur 40 (1965) H.3.
- [15] fib, Design of Posttensioned slabs and foundations, May 1998.
- [16] Günther Eisenbiegler: Gleichgewichtskontrollen bei Punktgestützten Platten – Beton- und Stahlbetonbau 83 (1988) H.3.
- [17] Stiglat/Wippel : Platten, Ernst und Sohn, 3. Auflage 1993.
- [18] DIN 1045: 2002

NB norsk
betongforening er en forening tilknyttet  **Tekna**

Postboks 2312 Solli, 0201 Oslo • Telefon: 22 94 75 00