

Publikasjon nr. 1

**Dimensjonering av spennbetong
Dimensjoneringsprosedyre for
strengbetongbjelker**

Norsk Betongforenings publikasjoner er utarbeidet av fagpersoner utnevnt av Norsk Betongforenings styre. Det er gjort det ytterste for å sikre at innholdet er i samsvar med kjent viten på det tidspunktet redaksjonen ble avsluttet. Feil eller mangler kan likevel forekomme.

Norsk Betongforening, forfattere eller fagkomiteen har intet ansvar for feil eller mangler i publikasjonen og mulige konsekvenser av disse.

Det forutsettes av publikasjonen benyttes av kompetente, fagkyndige ingeniører med forståelse for begrensningene og forutsetningene som legges til grunn.

FORORD

Norsk Betongforening har i mange år utgitt publikasjoner av interesse for norsk betongfag. Fra og med denne publikasjon vil disse være nummerert.

Norsk Betongforenings publikasjon nr. 1 "Dimensjoneringsprosedyre for strengebetongbjelker" er basert på NS 3473 og er utarbeidet av Norsk Betongforenings Brokomité i forbindelse med arbeid med normering av prefabrikerte brobjelker. Publikasjonen er den første av to publikasjoner som behandler dimensjonering av spennbetong. Publikasjon nr. 2 vil bli "Eksempel på dimensjonering av samvirkebjelke" og gir eksempel på anvendelse av dimensjoneringsprosedyren i praksis.

Brokomitéen består av følgende medlemmer:

Sivilingeniør T. Berntsen
Sivilingeniør C. Hansvold
Overingeniør E. Husevaag, formann
Sjefsingeniør E. Lie
Teknisk sjef K. Nising (varamann sivilingeniør
L. Leporowski)
Overingeniør P. Oppegaard
Sivilingeniør T. Taugbøl
Sivilingeniør B. Vik, formann til april 1974

Som rådgivende ingeniører ved utarbeidelsen av denne publikasjon har Dr. Lars Aadnesen & Co A/S vært engasjert.

Oslo i oktober 1974

NORSK BETONGFORENING

INNHOLDSFORTEGNELSE

1.	INNLEDNING	Side	3
2.	MOMENTER OG SKJÆRKREFTER	"	3
3.	DIMENSJONERENDE MATERIALFASTHETER	"	4
4.	KAPASITET FOR BØYNINGSMOMENT		
4.1	Positivt moment	"	4
4.2	Negativt moment	"	5
5.	BESTEMMELSE AV NØDVENDIG OPPSPENNING		
5.1	Valgte spennkrefter	"	5
5.2	Beregning av σ_{sr} bjelke uten samvirke med påstøp	"	5
5.3	Beregning av σ_{sr} bjelke i samvirke med påstøp	"	6
5.4	Regulering av spennkrefter	"	6
6.	VIRKNING AV KRYPNING, SVINN OG RELAKSASJON		
6.1	Generelt	"	7
6.2	Spennkraftttap på grunn av krypning og svinn	"	8
6.3	Relaksasjon i spennstålet	"	10
6.4	Spenningsomlagring mellom bjelke og samvirke-tverrsnitt	"	11
7	KONTROLL BETONGTRYKKSONER		
7.1	Kontroll av bjelke for min. moment	"	13
7.2	Kontroll ok bjelke for maks. moment	"	14
8.	SKJÆRKRAFTKAPASITET		
8.1	Trykkbrudd	"	14
8.2	Strekkebrudd	"	15
8.3	Skjærkraft mellom bjelke og påstøp	"	16
8.4	Minimum bøylearmering	"	17
9.	SPALTESTREKK VED BJELKEENDER	"	18

BILAG

BILAG A	SYMBOLER	"	19
BILAG B	TVERRSNITTSKONSTANTER		
B1	Bjelken alene uten armering	"	22
B2	Bjelke med armering	"	23
B3	Bjelke med påstøpt plate	"	23
B4	Bjelke med påstøp på topp og sider	"	24
BILAG C	BESTEMMELSE AV z OG M_d		
C1	Positivt moment	"	26
C2	Negativt moment	"	27
BILAG D	BESTEMMELSE AV z_r		
D1	Bjelken alene	"	29
D2	Påstøpt plate alene	"	30
D3	Påstøp på topp og sider	"	30
D4	Bjelke i samvirke med påstøp	"	31
BILAG E	TILLEGGSKREFTER I SAMVIRKETVERRSNITT VED BEREGNING AV σ_{sr}	"	32
BILAG F	BESTEMMELSE AV MATERIALVERDIER FOR BETONGENS KRYPNING OG SVINN		
F1	Antatt prinsippiell sammenheng	"	34
F2	Tallverdier	"	36

1. INNLEDNING

I det følgende gis en detaljert dimensjoneringsprosedyre for spennbetongbjelker fremstilt i spennbenk (strengbetong). Prosedyren er basert på NS 3473 "Prosjektering av betongkonstruksjoner, Beregning og dimensjonering", som ble vedtatt i 1973.

Dimensjoneringsprosedyren er lagt opp som grunnlag for både databehandling og manuell dimensjonering av spennbetongbjelker.

Vegdirektoratet har utarbeidet et EDB-program, "PREBET", som vil stå til disposisjon for brukere.

Prosedyren er forsøkt gjort så generell som mulig ved at den omfatter en komplett dimensjonering av en samvirkebjelke. Det er medtatt endel kontroller som bare i sjeldne tilfelle er nødvendige. Ved praktisk bruk vil man derfor oftest kunne forenkle arbeidet ved at man bare gjør bruk av de deler av prosedyren som blir nødvendig for dimensjonering i det aktuelle tilfelle. Bruk av enklere metoder samt valg av de kontroller etc. som er nødvendige, er i noen tilfelle antydning i teksten. Dette må imidlertid bare betraktes som veiledende idet den prosjekterende selv, på bakgrunn av sin erfaring, må vurdere hva som må medtas for at man skal få en komplett dimensjonering.

I bilagene er det gitt et detaljert grunnlag for bestemmelse av tverrsnittskonstanter etc. Det gjøres spesielt oppmerksom på at det allerede foreligger tabeller for en rekke bjelketyper hvor de fleste av disse konstanter er gitt.

I Bilag A er de mest brukte symboler, som er definert i teksten, samlet. For øvrige symboler henvises til NS 3473, pkt. 1.5 Symboler.

2. MOMENTER OG SKJÆRKREFTER

For valgte snitt langs en bjelke utregnes, enten manuelt eller ved hjelp av et regnemaskinprogram, momenter og skjærkrefter på grunn av følgende belastninger:

- g_1 egenlast bjelke alene
- g_2 egenlast påstøp alene
- g_3 egenlast forskaling som forutsettes fjernet etterat påstøpen er herdnet
- g_4 egenlast asfalt, rekkverk o.l., dvs. permanente laster som påføres etterat påstøpen er herdnet
- p nyttelaster som påføres etterat påstøpen er herdnet

Dessuten utregnes for de snitt som skal undersøkes:

$$M_{\gamma} = \gamma_g \cdot \Sigma M_g + \Sigma \gamma_p \cdot M_p \text{ maks.}$$

Skjærkraft på bjelken alene

$$V_{\gamma 1} = \gamma_g \cdot (V_{g1} + V_{g2} + V_{g3}) \text{ med tilhørende moment}$$

$$M_{\gamma 1} = \gamma_g \cdot (M_{g1} + M_{g2} + M_{g3})$$

Tilleggsskjærkraft som virker på bjelke med påstøp

$$V_{\gamma 2} = \gamma_g \cdot (V_{g4} - V_{g3}) + \gamma_p \cdot V_p \text{ maks. med tilhørende moment}$$

$$M_{\gamma 2} = \gamma_g \cdot (M_{g4} - M_{g3}) + \gamma_p \cdot M_p$$

3. DIMENSJONERENDE MATERIALFASTHETER

Betongens dimensjonerende fastheter er for trykkipåkjenning i

$$\text{bjelke } f_{c1} = f_{cn1} / \gamma_m$$

$$\text{påstøp } f_{c2} = f_{cn2} / \gamma_m$$

For skjærpåkjenning i bjelke $f_{v1} = f_{vn1} / \gamma_m$

Armeringsstålets dimensjonerende fasthet for strekk- og trykkipåkjenninger

$$\text{spennstål } f_{s1} = f_y / \gamma_m \text{ eller } f_{o2} / \gamma_m$$

$$\text{slakk armering } f_{s2} = f_y / \gamma_m$$

f_{cn} og f_{vn} er gitt i NS 3473 tabell 4.4.1, og $\gamma_m = 1,25$ iflg. pkt. 4.3.3.

Ved andre belastninger enn etter NS 3052, f.eks. Statens vegvesen's bestemmelser, kan det være foreskrevet materialkoeffisient γ_m med andre verdier enn 1,25.

4. KAPASITET FOR BØYNINGSMOMENT

4.1 Positivt moment

Dimensjonerende strekk-kraft F_t er den største av følgende

$$F_{t_1} = M_{Y_1} / z_1$$

$$F_{t_2} = M_Y / z_2$$

hvor z_1 og z_2 er indre momentarm for henholdsvis bjelken alene og bjelke med påstøp ved beregning av kapasitet for positivt moment alene, kfr. Bilag C1.

F_t dekkes av spennarmering (A_{s_1}) eller av spennarmering (A_{s_1}) og slakk armering (A_{s_2}) bestemt ved

$$A_{s_1} \cdot f_{s_1} + A_{s_2} \cdot f_{s_2} \geq F_t$$

4.2 Negativt moment

Dimensjonerende strekk-kraft F_t' er den største av følgende

$$F_{t_1}' = M_{Y_1}' / z_1$$

$$F_{t_2}' = M_Y' / z_2$$

hvor z_1 og z_2 er indre momentarm for henholdsvis bjelken alene og bjelke med påstøp ved beregning av kapasitet for negativt moment alene, kfr. Bilag C2.

F_t' dekkes av spennarmering (A_{s_0}) eller av spennarmering (A_{s_0}) og slakk armering (A_{s_2}') bestemt ved

$$A_{s_0} \cdot f_{s_1} + A_{s_2}' \cdot f_{s_2} \geq F_t'$$

5. BESTEMMELSE AV NØDVENDIG OPPSPENNING

5.1 Valgte spennkrefter

Som et utgangspunkt for beregning av σ_{sr} og spenntapene, kan i alminnelighet velges

$$P_{u_1}' = A_{s_1} \cdot 0,85 \cdot f_{0,2}, \quad P_{u_2} = 0,70 \cdot P_{u_1}'$$

$$P_{o_1} = A_{s_0} \cdot 0,80 \cdot f_{0,2}, \quad P_{o_2} = 0,95 \cdot P_{o_1}$$

5.2 Beregning av σ_{sr} bjelke uten samvirke med påstøp

Momentet M_r for det lastnivå som gir spenningsløs betong i høyde med strekkarmeringen fås ved å regne krefter og momenter om denne høyde

$$M_{r_1} = (P_{u_2} + P_{o_2}) \cdot z_{r_1}$$

hvor z_{r_1} er gitt i pkt. D1 i Bilag D

$$\sigma_{sr_1} = (M_{s\gamma_1} / z_1 - P_{r_1}) / (A_{s_1} + A_{s_2})$$

hvor $M_{s\gamma_1} = M_{\gamma} + P_{O_2} \cdot (d_1 - y_{os})$, (M_{γ} er for bruksgrensetilstanden),

$$P_{r_1} \cong P_{u_2} + P_{O_2}$$

Tverrsnittets indre momentarm z_1 for $M_{s\gamma_1} > M_{r_1}$ kan ifølge NS 3473, Tillegg pkt. T 10.8.2, bestemmes tilnærmet av

$$z_1 = d_1 - (d_1 - z_{r_1}) \cdot M_{r_1} / M_{s\gamma_1} \leq z$$

5.3 Beregning av σ_{sr} bjelke i samvirke med påstøp

Regnes som i pkt. 5.2 for bjelken alene, men med tilleggskrefter ΔN og ΔM som vist i Bilag D.

$$M_{r_2} = (P_{u_2} + P_{O_2} + \Delta N) \cdot z_{r_2}$$

hvor z_{r_2} er gitt i pkt. D4 i Bilag D

$$\sigma_{sr_2} = (M_{s\gamma_1} / z_2 - P_{r_2}) / (A_{s_1} + A_{s_2})$$

hvor $M_{s\gamma_1} = M_{\gamma} + \Delta M + P_{O_2} \cdot (d_1 - y_{os}) + \Delta N \cdot (d_2 - y_{O_3})$, (M_{γ} er i bruksgrensetilstanden),

$$P_{r_2} \cong P_{r_1} + \Delta N$$

z_2 kan bestemmes tilsvarende som angitt for z_1 i pkt. 5.2.

5.4 Regulering av spennkrefter

Dersom σ_{sr} bestemt i pkt. 5.2 eller 5.3 er større enn tillatt (NS 3473 pkt. 10.8.2), kan enten spennkreftene reguleres eller den samlede strekkarmering ($A_{s_1} + A_{s_2}$) kan økes.

I pkt. 5.1 er angitt spennkrefter som kan velges som utgangspunkt. Spennningene i spennarmeringen skal ikke for noen belastningskombinasjon være større enn $0,8 \cdot f_{0,2}$. Under oppspenning kan likevel tillates en armeringsspenning på $0,85 \cdot f_{0,2}$, se NS 3473 pkt. 10.8.1.

6. VIRKNING AV KRYPNING, SVINN OG RELAKSASJON

6.1 Generelt

Betongens tidsavhengige tøyninger inndeles i en krypningsandel og en svinnandel.

For prefabrikerte bjelker som senere påføres påstøp, vil krypning og svinn gi to ulike virkninger, som kan behandles hver for seg:

- 1) Den ene virkning er en forkortelse av betongen i høyde med spennarmeringen med tilhørende spennkrafttap. Dette er den vanlige virkning i en spennbetongkonstruksjon.
- 2) Den annen virkning er en spenningsomlagring mellom bjelke og påstøp. Etterat påstøpen er herdnet, vil i alminnelighet spenningsnivå, svinn- og krypningsegenskaper for de to tverrsnittsdeler være forskjellige. Hindring av den frie krypdeformasjon medfører dermed tvangskrefter med tilhørende spenningsomlagring. For en ytre statisk bestemt konstruksjon betyr dette en omfordeling av gitte snittkrefter mellom bjelke og påstøp. Forandres dertil det ytre statiske system, vil normalt også summen av tverrsnittsdelenes spenningsresultanter forandres. Hvis f.eks. fritt opplagte bjelker gjøres kontinuerlige ved hjelp av påstøp eller på annen måte, vil momentforløpet på grunn av langtidslast etterhvert forandres i retning av det momentforløp som ville ha opptrådt dersom denne last var påført det endelige, kontinuerlige system.

Begge virkninger kan ha betydning. Ofte vil en omlagring av krefter virke gunstig for bjelkens strekkside og kompensere for en del av spennkrafttapet.

På grunn av betongens øyeblikkelige, elastiske sammentrykning etter avspenning, vil det bli et spennkrafttap gitt ved

$$P_{u_1} = (1 - \alpha) \cdot P_{u_1}'$$

$$\begin{aligned} \text{hvor } \alpha &= \frac{\eta_j \cdot \frac{A_{S1} + A_{S2}}{A_{C1}} \cdot (1 + \frac{A_{C1}}{I_{C1}} \cdot e_{u_1}^2)}{1 + \eta_j \cdot \frac{A_{S1} + A_{S2}}{A_{C1}} \cdot (1 + \frac{A_{C1}}{I_{C1}} \cdot e_{u_1}^2)} \\ &= \eta_j \cdot \frac{A_{S1} + A_{S2}}{A_{C1}'} \cdot (1 + e_{u_1}'^2 \cdot \frac{A_{C1}'}{I_{C1}'}) \end{aligned}$$

Kfr. pkt. B2 i Bilag B. Ved beregning av η_j skal det her regnes med E_{cj} ved avspenningstidspunktet.

6.2 Spennkrafttap på grunn av krypning og svinn

For et tverrsnitt med hovedarmering i ett lag, vil forandring i stålspenning (regnet positiv som strekkspenning) på grunn av krypning og svinn være gitt ved

$$\Delta\sigma_{s,k+sv} = \frac{\eta \cdot \phi \cdot \sigma_{ck} + \epsilon_{cs} \cdot E_s}{1 + \eta \cdot \frac{A_{s1} + A_{s2}}{A_c} \cdot (1 + e_u^2 \cdot \frac{A_c}{I_c}) \cdot (1 + \kappa_r \cdot \phi)}$$

hvor ϕ = kryptall for betong

ϵ_{cs} = uhindret svinntøyning (positiv som forlengelse)

σ_{ck} = betongspenning i høyde med armering ved langtidslast, positiv som strekkspenning

κ_r = relaksasjonskoeffisient for betongens krypning ved tidsavhengig spenning, $\kappa_r \approx 0,7$.

Elastisitetforholdet $\eta = E_s/E_c$ bestemmes her med betongens elastisitetsmodul E_c for 28 døgns fasthet (normverdi).

Ovenstående formel gjelder enkeltarmerte tverrsnitt. Vanligvis er overkantarmeringen liten. Formelen kan derfor uten vesentlig feil benyttes til å bestemme spennkrafttap i hovedarmering også for tverrsnitt med spennarmering i overkant.

Tap i overkantarmering er som regel langt mindre og av mindre betydning. Det kan anslås ut fra erfaringsverdier eller beregnes tilnærmet av

$$\Delta\sigma_{s,k+sv} = \eta \cdot \phi \cdot \sigma_{ck} + \epsilon_{cs} \cdot E_s$$

Denne formel er den samme som gitt tidligere, men forenklet ved at nevneren settes lik 1,0.

Verdier for betongens krypning og svinn er gitt i NS 3473, Tillegg pkt. T 3.4. Disse anvisninger, som i alminnelighet gir tilstrekkelig riktig resultat, kan imidlertid være for lite nyanserte ved meget tidlig belastning, hvor også herdnings- og uttøringsforløp får større betydning. Dette gjelder ofte elementer, og det vil derfor her bli brukt den mer nyanserte fremgangsmåte angitt i Bilag F. Den muliggjør også sikrere vurdering av det tidsavhengige forløp for krypning og svinn.

a) Før samvirke

Bjelken påføres spennkrefter ved tidspunkt t_1 . Effektiv spennkraft i uk og betongspenning i høyde med spennarmeringen betegnes henholdsvis P_{u1} og σ_{ck1} . Frem til tidspunkt t_2 , da samvirke etableres, antas bjelken lagret under bestemte klimatiske vilkår karakterisert ved kryptall og andel av svinntøyning, se Bilag F:

$$\phi_1 = 0,4 \cdot \kappa_V (t_1 - t_2) + \phi_{fo1} \cdot (\kappa_{ft2} - \kappa_{ft1})$$

$$\epsilon_{cs1} = \epsilon_{cs01} \cdot \kappa_{st2}$$

Det er antatt strengebetong (heftforankring), og derfor regnet med betongens samlede svinn frem til t_2 .

Koeffisientene κ_V , κ_f og κ_s bestemmes av effektiv betongalder som angitt i Bilag F.

Forandringen av stålspenning ved tidspunkt t_2 på grunn av krypning og svinn er gitt ved

$$\Delta\sigma_{s1,k+s} = \frac{n \cdot \phi_1 \cdot \sigma_{ck1} + \epsilon_{cs1} \cdot E_s}{1 + n \cdot \frac{A_{s1} + A_{s2}}{A_{c1}} \cdot (1 + e_{u1}^2 \cdot \frac{A_{c1}}{I_{c1}}) \cdot (1 + \kappa_r \cdot \phi_1)}$$

Endel av relaksasjonstapet i stålet vil også inntreffe i denne tidsperioden, og bør tas med, f.eks. som en vurdert andel av det samlede relaksasjonstap, kfr. pkt. 6.3. Samlet kraftendring i tidsperioden blir

$$\Delta P_1 = (\Delta\sigma_{s1,k+s} + \Delta\sigma_{sr2}) \cdot A_{s1} + \Delta\sigma_{s1,k+s} \cdot A_{s2}$$

Spennkraft ved tidspunkt t_2 blir

$$P_2' = P_{u1} + \Delta P$$

Med P_2' kjent kan betongspenningen σ_{ck2}' i høyde med spennarmeringen på grunn av bjelkens egenlast og spennkraft, bestemmes.

Kraftendring i overkantarmring kan beregnes på tilsvarende måte.

b) Efter etablert samvirke

Ved tidspunkt t_2 påføres egenlast av påstøp, som gir en tilleggsspenning $\Delta\sigma_{ck2}$. Videre antas at de klimatiske forhold kan endres. Verdier for krypning og svinn efter lang tid ($t \rightarrow \infty$), regnet fra tidspunkt t_2 , blir iflg. Bilag F, idet ϕ_{fo2} og ϵ_{cs02} innsettes med de aktuelle verdier

$$\phi_2 = 0,4 + \phi_{fo2} \cdot (\kappa_{f\infty} - \kappa_{ft2})$$

$$\epsilon_{cs2} = \epsilon_{cs02} \cdot (\kappa_{s\infty} - \kappa_{st2})$$

Ved et senere tidspunkt t_3 antas det påført en permanent tilleggslast med spenningstilvekst $\Delta\sigma_{ck3}$. Tilhørende kryptall

$$\phi_3 = 0,4 + \phi_{fo2} \cdot (\kappa_{f\infty} - \kappa_{ft3})$$

Samlet forandring av stålspenning på grunn av krypning og svinn, regnet fra tidspunkt t_2 , blir hermed

$$\Delta\sigma_{s_2, k+s} = \frac{\eta \cdot \phi_2 \cdot (\sigma_{ck_2}' + \Delta\sigma_{ck_2}) - \eta \cdot \phi_{v_1} \cdot \sigma_{ck_1} + \eta \cdot \phi_3 \cdot \Delta\sigma_{ck_3} + \varepsilon_{cs_2} \cdot E_s}{1 + \eta \cdot \frac{A_{s_1} + A_{s_2}}{A_{c_2}} \cdot (1 + e_{u_2}^2 \frac{A_{c_2}}{I_{c_2}}) \cdot (1 + \kappa_r \cdot \phi_2)}$$

Leddet i teller, $-\eta \cdot \phi_{v_1} \cdot \sigma_{ck_1}$, hvor $\phi_{v_1} = 0,4 \cdot \kappa_v(t_2 - t_1)$, skal være med for at denne reversible krypningsandel ikke skal tas med to ganger.

Relaksasjonstap fremkommer som differensen mellom samlet relaksasjonstap og tap i første tidsperiode ($t_2 - t_1$).

Samlet kraftendring etter samvirke blir

$$\Delta P_2 = (\Delta\sigma_{s_2, k+s} + \Delta\sigma_{sR_2}) \cdot A_{s_1} + \Delta\sigma_{s_2, k+s} : A_{s_2}$$

Total endring av spennkraft blir

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2$$

og endelig spennkraft

$$P_{u_2} = P_{u_1} + \Delta P$$

På grunn av den forholdsvis store tverrsnittstøkning i overkant som påstøpen gir, blir forandring av spennkraft i ok av underordnet betydning og kan neglisjeres.

6.3 Relaksasjon i spennstålet

Tap på grunn av spennstålets relaksasjon settes til

$$\Delta\sigma_{sR} = c_R \cdot \sigma_{sR} / 100$$

hvor c_R er spennstålets relaksasjon i prosent av relaksasjonsspenningen σ_{sR}

For naturhardt stål eller patentert, trukket og anløpt stål er

$$c_R = c_{R_1} = 0,5 \cdot c_0 - 22,5$$

For patentert og trukket tråd, ikke anløpt, er

$$c_R = c_{R_2} = 0,3 \cdot c_0 - 7,5$$

$$\text{hvor } c_0 = \sigma_{sR} \cdot 100 / \sigma_B$$

Relaksasjonsspenningen σ_{sR} settes lik stålspenningen efter at spennkraften er redusert med halvparten av de antatte tap på grunn av krypning og svinn

$$\sigma_{sR} \cong [P_{u_1} - 0,5 \cdot (P_{u_1} - P_{u_2})] / A_{s_1} = 0,5 \cdot (P_{u_1} + P_{u_2}) / A_{s_1}$$

Verdiene for stålets relaksasjon er efter NS 3473 pkt. 10.3.2, og vil kunne være endel på den sikre siden. Det lønner seg å bruke verdier for det aktuelle spennstål, hvis slike foreligger og kan dokumenteres.

6.4 Spenningsomlagring mellom bjelke og samvirketverrsnitt

Påstøpen vil, efter at den er herdnet, delvis hindre de kryptformasjoner som bjelkens innebygde spenninger ville medføre. Følgen er en tvangsmessig omlagring av spenninger mellom bjelke og påstøp. Forskjellig restsvinn for de to delene gir også tvangskrefter.

Antas samme kryptall for bjelke og påstøp, kan den resulterende spenning σ_t bestemmes tilnærmet med følgende enkle interpolasjonsformel:

$$\sigma_t = \sigma_I + (\sigma_{II} - \sigma_I) \cdot \frac{\phi}{1 + \kappa \cdot \phi}$$

hvor σ_I = bjelkens spenningstilstand umiddelbart før etablering av samvirke

σ_{II} = den spenningstilstand som ville oppstå dersom de samme laster ble påført det endelige tverrsnitt

Ovenstående ligning er generelt gyldig også for spenningsresultanter og forskyvninger. Ligningen gjelder prinsipielt for uarmerte tverrsnitt, men er tilstrekkelig nøyaktig for de fleste spennbetongbjelker.

Antagelsen om samme ϕ -verdi for bjelke og påstøp gjelder åpenbart bare i spesielle tilfelle. Metoden er imidlertid enkel og gir resultater som er tilstrekkelig nøyaktige. Ved større avvik kan det eventuelt regnes med en midlere verdi:

$$\phi_m \cong (\phi_{(1)} \cdot A_{c_1} + \phi_{(3)} \cdot A_{c_3}) / (A_{c_1} + A_{c_3})$$

Relaksasjonskoeffisienten κ kan settes lik 0,8.

I det følgende betegnes krefter på bjelketverrsnittet med indeks I og på samvirketverrsnitt med indeks II.

På bjelken virker umiddelbart før samvirke

$$M_I = M_{g_1} + M_{g_2}$$

$$P_I = P_{u_1} + \Delta P_1 = P_2'$$

Dersom disse laster tenkes påført samvirketverrsnittet, fås

$$M_I = 0$$

$$M_{II}^0 = M_{g_1} + M_{g_2}$$

$$P_I = 0$$

$$P_{II}^0 = P_2'$$

Den andel som virker på samvirketverrsnittet blir dermed

$$M_{II,k} = M_{II}^0 \cdot \frac{\phi_2}{1 + \kappa \cdot \phi_2}$$

$$P_{II,k} = P_{II}^0 \cdot \frac{\phi_2}{1 + \kappa \cdot \phi_2}$$

hvor ϕ_2 bestemmes som angitt i pkt. 6.2.

Videre regnes det med en svinndifferens $\Delta \epsilon_{cs}$ mellom bjelke og påstøp. Tenkes denne svinndifferens forhindret, ville det kreve en kraft $F_0 = \Delta \epsilon_{cs} \cdot E_{c3} \cdot A_{c3}$. Forutsettes samme tidsmessige forløp for krypning og svinn, vil resulterende kraft på samvirketverrsnittet bli

$$F_{II,sv} = F_0 \cdot \frac{1}{1 + \kappa \cdot \phi_2}$$

En sammenligning av krefter på henholdsvis bjelke- og samvirke-
tverrsnittet efter omlagring gir

Bjelke	Samvirketverrsnitt
$M_I = M_{II}^0 - M_{IIk}$	$M_{II} = M_{IIk}$
$P_I = P_{II}^0 - P_{IIk}$	$P_{II} = P_{IIk} + \Delta P_2$
	$F_{II} = F_{II,sv}$

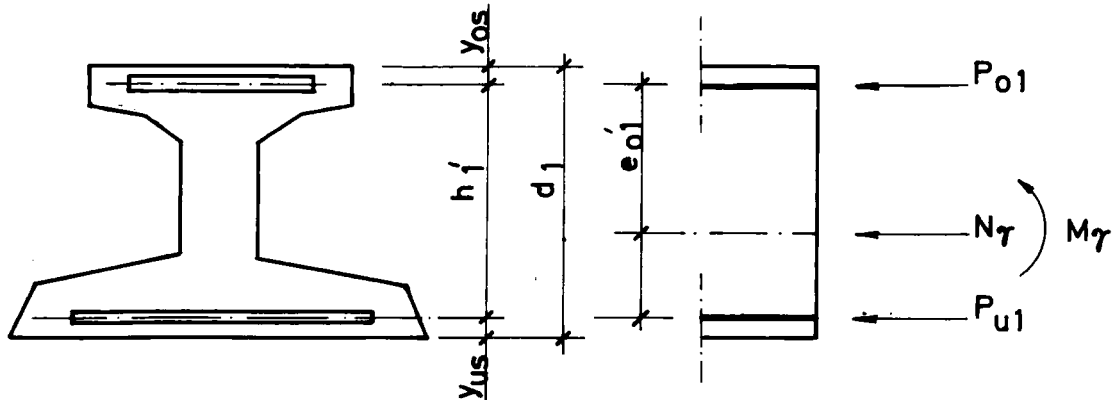
Alle øvrige laster antas påført samvirketverrsnitt.

Med kjente lastandeler mellom bjelke- og samvirketverrsnitt, kan rissbestemmende armeringsspenning kontrolleres som vist i pkt. 5.3.

7. KONTROLL BETONGTRYKKSONER

7.1 Kontroll av bjelke for min. moment

For kapasitetskontroll av bjelken bestemmes moment om tyngdepunktet av den aktuelle strekkarmering i ok bjelke.



$$h_1' = d_1 - y_{os}$$

$$M_{so} = - 1,1 \cdot P_{u1} \cdot (1 - m) \cdot h_1' - N_{\gamma} \cdot e_{o1}' + M_{\gamma}$$

hvor N_{γ} er ytre aksialkraft, som regel lik null

$m = \Delta A_{s1} / A_{s1}$ og ΔA_{s1} er areal av spennarmering satt ut av funksjon ved bruk av plaststrømper el.l.

Hvis $M_{so} > 0$ er kontrollen ikke aktuell.

Hvis $M_{so} < 0$ kontrolleres kapasiteten av betingelsene:

$$|M_{so}| \leq M_{du}$$

$$f_{so} \cdot A_{so} \geq |M_{so}| / z_1 - 1,1 P_{u1} - N_{\gamma}$$

Kfr. Bilag C.

Ved min. moment vil spennkraften i uk bjelke virke i en betongtrykksone, og betongens randtrykkspenninger i bruksstadiet skal da også kontrolleres.

Spenningskontrollene er følgende

$$\begin{aligned} \sigma_{u1} = & - [P_{u1} \cdot (1-m) + P_{o1}] / A_{c1}' \\ & - [P_{u1} \cdot (1-m) \cdot e_{u1}' - P_{o1} \cdot e_{o1}' - M_m] / W_{u1}' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{o1} = & - [P_{u1} \cdot (1-m) + P_{o1}] / A_{c1}' \\ & + [P_{u1} \cdot (1-m) \cdot e_{u1}' - P_{o1} \cdot e_{o1}' + M_m] / W_{o1}' \end{aligned}$$

M_m er min. moment, hvis negativt (kragmoment), gir dette moment trykk i uk bjelke.

Betingelsene for bestemmelse av m eller regulering av spennkreftene er gitt ved

$$-\sigma_{u_1} > 0,6 \cdot f_{cj} \text{ eller } 0,5 \cdot f_{ck}$$

Dersom $\sigma_{o_1} > 0$ bestemmes nødvendig strekkarmering i ok slik at denne dekker den totale teoretiske strekkkraft, kfr. NS 3473 pkt. 10.8.4 for tillatte armeringsspenninger.

7.2 Kontroll ok bjelke for maks. moment

I pkt. 4 er ok bjelke kontrollert for maks. moment før påstøpen er herdnet. Da spennkraften i ok bjelke vanligvis er meget liten, vil en kontroll av betongtrykkspenning i bruksgrensetilstanden være unødvendig.

8. SKJÆRKRAFTKAPASITET

8.1 Trykkbrudd

a) Bjelke uten samvirke med påstøp

Opptredende skjærkraft

$$V_{\gamma_1} = \gamma_g \cdot (V_{g_1} + V_{g_2} + V_{g_3})$$

I tyngdepunktaksen

$$\sigma_{c_1} = - [(1 - m) \cdot P_{u_1} + P_{o_1}] / A_{c_1}$$

Hovedtrykkspenningen blir

$$\sigma_I = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

hvorav fås

$$\tau = \sqrt{\sigma_I^2 - \sigma_x \cdot \sigma_I}$$

Iflg. NS 3473 pkt. 5.2.2 skal kapasiteten ved trykkbrudd regnes å være

$$V_{d_1} = 0,3 \cdot f_{c_1} \cdot b_1 \cdot d_1 = \tau_d \cdot b_1 \cdot z_1 \approx \tau_d \cdot b_1 \cdot d_1 / 1,2$$

dog ikke større enn den skjærkraft som sammen med øvrige dimensjonerende lastvirkninger gir en hovedtrykkspenning lik f_{c1} . Settes $\sigma_I = f_{c1}$ i formelen for τ ovenfor

$$\tau_d = \sqrt{f_{c1}^2 - \sigma_x \cdot f_{c1}} = f_{c1} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_x}{f_{c1}}} = 0,36 f_{c1}$$

$$0,13 \cdot f_{c1}^2 = f_{c1}^2 - \sigma_x \cdot f_{c1}$$

$$\sigma_x = 0,87 \cdot f_{c1}$$

Dersom $\sigma_{c1} \leq 0,87 \cdot f_{c1}$ er følgelig

$$V_{d1} = 0,3 \cdot f_{c1} \cdot b_1 \cdot d_1$$

Dersom $\sigma_{c1} > 0,87 \cdot f_{c1}$ blir

$$V_{d1} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{c1}}{f_{c1}}} \cdot f_{c1} \cdot b_1 \cdot d_1 / 1,2$$

b) Bjelke i samvirke med påstøp

Tilleggsskjærkraft

$$V_{\gamma 2} = V_g \cdot (V_{g4} - V_{g3}) + \gamma_p \cdot V_p$$

Trykkspenningen i tyngdepunktaksen for bjelke med påstøp

$$\begin{aligned} \sigma_{c2} = & - [(1-m) \cdot P_{u1} + P_{o2}] / A_{c1} ' \\ & - [(1-m) \cdot P_{u1} \cdot e_{u1} ' - P_{o1} \cdot e_{o1} '] \cdot (y_{u2} ' - y_{u1} ') / W_{u1} ' \end{aligned}$$

$$\text{For } \frac{\sigma_{c2}}{f_{c1}} \leq 0,87, \quad V_{d2} = 0,3 \cdot f_{c1} \cdot b_1 \cdot d_2$$

$$\text{og } \frac{\sigma_{c2}}{f_{c1}} > 0,87, \quad V_{d2} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{c1}}{f_{c1}}} \cdot f_{c1} \cdot b_1 \cdot d_2 / 1,2$$

I formlene ovenfor er på den sikre side regnet med P_{u1} og P_{o1} selv om noe av tapene allerede er inntruffet.

8.2 Strekkebrudd

a) Bjelke uten samvirke med påstøp

Det armeres for den største av følgende

$$\begin{aligned} V_{s1} = & V_{\gamma 1} - f_{v1} \cdot [b_1 \cdot d_1 + 75 \cdot (A_{s1} + A_{s2})] \\ & - [0,88 \cdot P_{u2} \cdot z_{o1} + P_{o2} \cdot (z_{o1} - h_1 ')] V_{\gamma 1} / M_{\gamma 1} \end{aligned}$$

$$V_{s_1} = V_{\gamma_1} - (2 \cdot f_{v_1} + 0,2 \cdot \sigma_m) \cdot b_1 \cdot d_1$$

$$\text{hvor } \sigma_m = 0,88 \cdot (P_{u_1} + P_{o_1}) / A_{c_1}$$

z_{o_1} bestemmes for spenningsfordelingen vist i NS 3473 fig. T 10.6.1. Tilnærmet kan settes $z_{o_1} = z_{r_1}$

$$h_1' = h_1 - y_{os} - y_{us}$$

Ved bruk av bøyler med areal A_{sb} pr. stk. vinkelrett på systemaksen, blir nødvendig senteravstand gitt ved

$$a = A_{sb} \cdot f_{s_2} \cdot z_1 / V_{s_1}$$

hvor z_1 tilnærmet kan settes lik $0,9 \cdot d_1$

I innføringssonen må det regnes med reduserte spennkrefter.

b) Bjelke i samvirke med påstøp

Med opptredende skjærkraft $V_{\gamma_1} + V_{\gamma_2}$ blir nødvendig armering bestemt av den største av verdiene

$$V_{s_2} = V_{\gamma_1} + V_{\gamma_2} - f_{v_1} \cdot [b_1 \cdot d_2 + 75 \cdot (A_{s_1} + A_{s_2})] - 0,88 \cdot P_{u_2} \cdot z_{o_2} \cdot (V_{\gamma_1} + V_{\gamma_2}) / (M_{\gamma_1} + M_{\gamma_2})$$

$$V_{s_2} = V_{\gamma_1} + V_{\gamma_2} - (2 \cdot f_{v_1} + 0,2 \cdot \sigma_m) \cdot b_1 \cdot d_2$$

$$\text{hvor } z_{o_2} = d_2 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot d_2 = 0,75 \cdot d_2$$

$$\sigma_m = 0,88 \cdot (P_{u_2} + P_{o_2}) / A_{c_2}$$

Nødvendig senteravstand av bøyler normalt på systemaksen er gitt ved

$$a = A_{sb} \cdot f_{s_2} \cdot 0,9 \cdot d_2 / V_{s_2}$$

hvor A_{sb} er areal pr. stk. bøyler (av samtlige bøyler).

I formlene ovenfor er på den sikre side regnet med P_{u_2} og P_{o_2} selv om alle tap ikke har inntruffet.

8.3 Skjærkraft mellom bjelke og påstøp

Maksimal skjærkraft

$$V_{\gamma} = V_{\gamma_1} + V_{\gamma_2}$$

I bruddgrensetilstanden regnes V_y å virke på samvirketverrsnittet. Skjærkraft pr. lengdeenhet i fugen mellom bjelke og påstøp er gitt ved

$$q_{yf} = V_y / z_2$$

Med effektiv fugebredde b_f blir skjærspenning i fugen

$$\tau_f = q_{yf} / b_f$$

For $\tau_f > 5 \cdot f_{v2}$ blir nødvendig senteravstand av bøyler med areal A_{sb} pr. stk., gitt ved

$$a = A_{sb} \cdot f_{s2} / q_{yf}$$

For $\tau_f < 5 \cdot f_{v2}$ blir nødvendig senteravstand av bøyler gitt ved

$$a = 0,6 \cdot A_{sb} \cdot f_{s2} / (q_{yf} - 2 \cdot f_{v2} \cdot b_f)$$

Skjærspenningene mellom bjelke og påstøp på grunn av svinndifferens har motsatt retning til dem forårsaket av ytre laster. Nødvendig skjærarmering blir vanligvis mindre enn for ytre laster og fører da ikke til ekstra fugearmering.

8.4 Minimum bøylearmering

Iflg. NS 3473 pkt. 9.3.4 er maks. senteravstand av bøyler med areal A_{sb} pr. stk. gitt ved

$$a = A_{sb} \cdot f_{s2} / 0,025 \cdot b_1 \cdot f_{c1}$$

Dessuten skal a være mindre enn $0,7 \cdot$ bjelkehøyden og maks. 500 mm. Dersom bjelkehøyden er større enn 1200 mm, skal det anbringes en langsgående overflatearmering i bjelkestegets sideflater. Denne armering skal ikke være mindre enn den forlangte bøylearmering.

I fugen mellom bjelke og påstøp er maks. senteravstand av bøyler gitt ved

$$a = 1000 \cdot A_{sb} / b_f$$

Dessuten skal a høyst være $0,7 \cdot$ bjelkehøyden, eller 500 mm. Ved mer T-formede bjelketverrsnitt skal senteravstanden heller ikke være større enn 4 ganger tykkelsen av medregnet del av bjelkens overflens.

9. SPALTESTREKK VED BJELKEENDER

Det vertikale spaltestrekk i spennarmeringens forankringssone skal opptas av bøylers. Hvis ikke nøyaktigere metode benyttes, kan nødvendig bøyleareal bestemmes ved

$$A_s = 1,1 \cdot 0,02 \cdot (P_{u1} + P_{o1}) \cdot h_1 / l_f \cdot f_s$$

hvor i denne forbindelse $l_f = 30 \cdot \emptyset$ for spenntau og

$$l_f = 50 \cdot \emptyset \geq 0,4 h_1 \text{ for tråder}$$

$\emptyset$ er nominell diameter for spenntauene eller trådene

Bøylene skal plasseres innenfor en avstand $a_1 = 0,2 \cdot h_1$ målt fra bjelkeenden.

Dessuten skal det innenfor en lengde $a_2 = 0,5 \cdot (l_f + h_1) \leq h_1$ fra enden plasseres bøylers med et samlet tverrsnittsareal

$A_s = 1,1 \cdot 0,2 \cdot P_{u1} / f_s$. I bøylearealet kan medregnes arealet av vanlige skjærkraftbøylers som er plassert innenfor henholdsvis lengdene a_1 og a_2 målt fra bjelkeenden.

Bøylene bør føres opp i hele bjelkehøyden inklusiv eventuell påstøp.

Horisontalt spaltestrekk kan oppstå nær bjelkeaksen i endene ved uheldig plassering av spennarmering eller ujevn avspenning.

Dette spaltestrekk kan opptas av horisontale bøylers nær uk bjelkeende.

Avstanden mellom bjelkeenden og oppleggsflatens midtpunkt bør være minst 150 mm. Dersom avstanden er mindre enn 150 mm skal det, dersom ikke nøyaktigere beregningsmetode benyttes, legges inn vinkelbøylers med tverrsnittsareal minst lik

$$A_s = 0,2 \cdot (V_{\gamma 1} + V_{\gamma 2}) / f_s$$

Ved dimensjonering for spaltestrekk skal f_s ikke settes større enn 300 MPa.

BILAG A

SYMBOLER

Symboler som ikke er medtatt nedenfor og som ikke er definert i NS 3473, er forklart der de forekommer i teksten. I enkelte tilfelle er det brukt symboler som avviker fra NS 3473, og da i samsvar med litteratur og internasjonale forslag, se bl.a. Bilag F.

(a) Tverrsnittsmål og -konstanter for bjelke uten påstøp

h_1	bjelkehøyde
y_{us}	avstand fra uk bjelke til tyngdepunkt uk-armering
y_{os}	avstand fra ok bjelke til tyngdepunkt ok-armering
y_{u1}	avstand fra uk bjelke til tverrsnittets tyngdepunkt
y_{o1}	avstand fra ok bjelke til tverrsnittets tyngdepunkt
d_1	$= h_1 - y_{us}$
d_1'	$= h_1 - y_{os}$
e_{u1}	$= y_{u1} - y_{us}$
e_{o1}	$= y_{o1} - y_{os}$
A_{c1}	betongtverrsnitts areal
A_{s1}	areal spennarmering i uk bjelke
A_{s2}	areal slakk armering i uk bjelke
A_{so}	areal spennarmering i ok bjelke
A_{su}	$A_{s1} + A_{s2}$
n	antatt forhold mellom elastisitetsmoduler for armering og bjelkebetongen for korttidslast
I_1	tregghetsmoment
W_{u1}	$= I_1 / y_{u1}$
W_{o1}	$= I_1 / y_{o1}$
'	betegner at konstanten gjelder for betongtverrsnittet med armering
r_n	$= \sqrt{I_n / A_{cn}}$
h_1'	$= h_1 - y_{os} - y_{us}$
b_1	bjelkestegets bredde

(b) Tverrsnittsmål og -konstanter for bjelke med påstøp

n_c	$= E_c \text{ påstøp} / E_c \text{ bjelke}$
A_{c3}^o	areal av påstøp

$A_{c_3} = \eta \cdot A_{c_3}^0$
 $A_{c_2} = A_{c_1} + A_{c_3}$
 y_{u_2} avstand fra uk bjelke til tyngdepunktet for bjelke med påstøp
 I_2 treghetsmoment bjelke med påstøp
 $W_{u_2} = I_2 / y_{u_2}$
 h_2 bjelkehøyde
 $d_2 = h_2 - y_{us}$
 $'$ betegner at størrelsen gjelder for betongtverrsnittet med armering
 h_p tykkelse påstøpt plate

(c) Betongspenninger

σ_o, σ_u henholdsvis randspenning i ok og uk bjelke med indekser
 1 uten reduksjon og
 2 med reduksjon på grunn av svinn, krypning og relaksasjon

Spenninger og tøyninger regnes positive ved strekk. Unntatt er dimensjoneringsberegninger, hvor det kan brukes absoluttverdier.

(d) Belastninger

g egenlast, med indekser
 1 bjelken alene
 2 påstøp alene
 3 laster som forutsettes fjernet etter samvirke
 4 permanente laster som påføres etter samvirke
 p nyttelast som påføres etter samvirke

(e) Spennkrefter

P_u, P_o spennkraft i henholdsvis uk- og ok-armering med indekser
 1 uten reduksjon og
 2 med reduksjon på grunn av svinn, krypning og relaksasjon
 P_{u_1}' spennkraft i uk-armering før spenntauene kuttet. I ok regnes tilnærmet $P_{o_1}' \sim P_{o_1}$

(f) Momenter og skjærkrefter

M, V henholdsvis momenter og skjærkrefter med indekser
1 for bjelken alene
2 tillegg for bjelke med påstøp

(g) Diverse

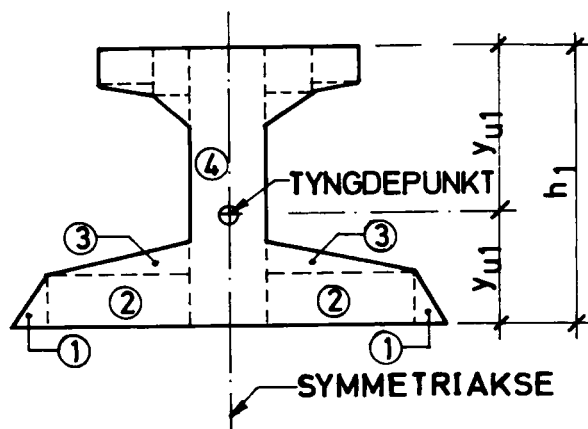
A_{sb} tverrsnittareal pr. stk. bøyler (av samtlige bøyleben)
 A_s tverrsnittareal av bøyler
a senteravstand bøyler

BILAG B

TVERRSNITTSKONSTANTER

B1 Bjelken alene uten armering

Regner et bjelketverrsnitt med vertikal symmetriakse. Deler tverrsnittet inn i tre- og firkanter. En typisk tverrsnittsdelen n har areal A_n og avstanden fra uk bjelke til tyngdepunktet av tverrsnittsdelen er y_{un} .



$$A_{c_1} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + \dots$$

$$= \sum_{n=1}^n A_n$$

y_{u_1} = avstand fra uk bjelke til tverrsnittets tyngdepunkt

$$= \frac{\sum_{n=1}^n A_n \cdot y_{un}}{A_{c_1}}$$

y_{o_1} = avstand fra ok bjelke til tverrsnittets tyngdepunkt

$$= h_1 - y_{u_1}$$

I_1 = treghetsmoment

$$= \sum_{n=1}^n A_n \cdot [r_n^2 + (y_{un} - y_{u_1})^2]$$

$$\text{hvor } r_n = \sqrt{I_{cn}/A_{cn}}$$

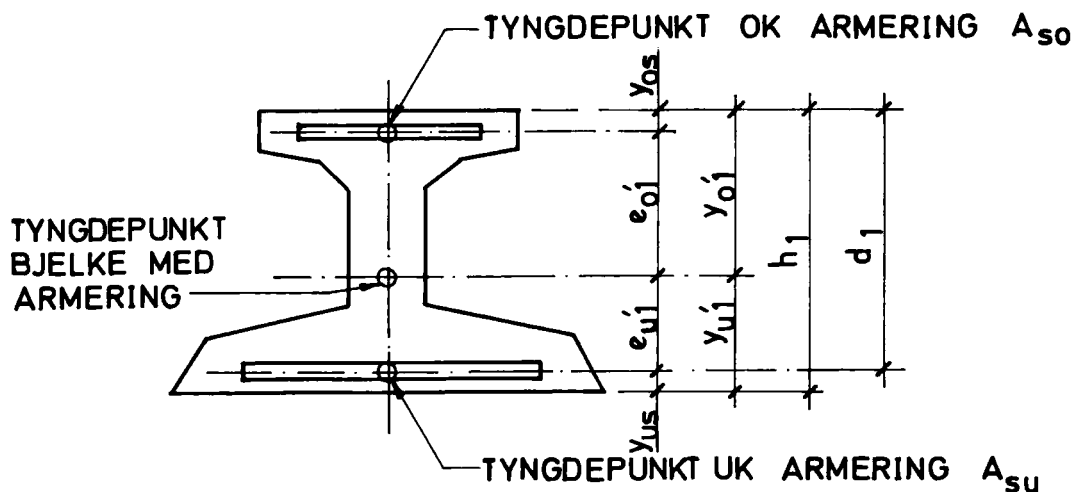
I_{cn} = treghetsmoment av tverrsnittsdelen n om egen nøytralakse

W = motstandsmoment

$$W_{u_1} = I_1 / y_{u_1}$$

$$W_{o_1} = I_1 / y_{o_1}$$

B2 Bjelke med armering



' betegner at konstanter gjelder for betongtverrsnittet med armering

$$A_{c1}' = A_{c1} + (n-1) \cdot (A_{su} + A_{so})$$

hvor $n = E_s/E_c$ for korttidslast

$$y_{u1}' = \{A_{c1} \cdot y_{u1} + (n-1) \cdot [A_{su} \cdot y_{us} + A_{so} \cdot (h_1 - y_{os})]\} / A_{c1}'$$

$$y_{o1}' = h_1 - y_{u1}'$$

$$I_1' = I_1 + A_{c1} \cdot (y_{u1} - y_{u1}')^2 + (n-1) \cdot [A_{su} \cdot (y_{u1}' - y_{us})^2 + A_{so} \cdot (y_{o1}' - y_{os})^2]$$

$$W_{u1}' = I_1' / y_{u1}'$$

$$W_{o1}' = I_1' / y_{o1}'$$

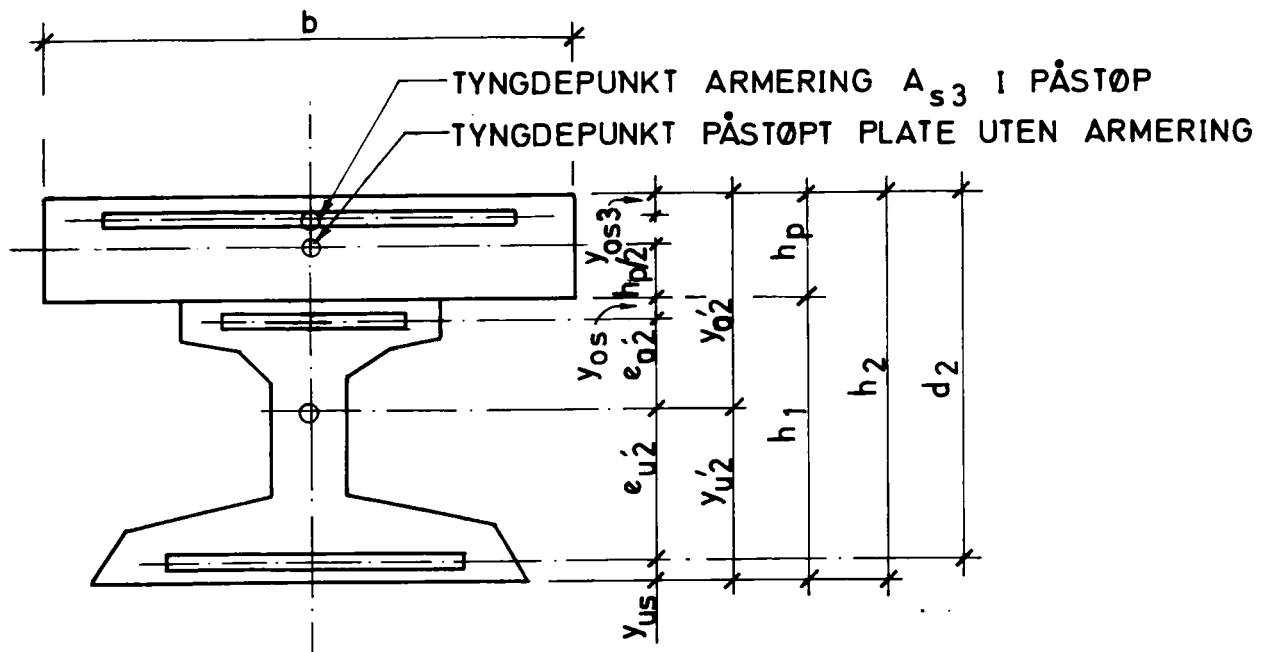
Vanligvis vil tilstrekkelig nøyaktighet oppnås uten å regne med armeringen.

B3 Bjelke med påstøpt plate

$$\eta_c = E_c \text{ påstøp} / E_c \text{ bjelke}$$

$$A_{c3}^o = b \cdot h_p$$

$$A_{c3} = \eta_c \cdot b \cdot h_p$$



$$A_{c3}' = A_{c3} + (\eta - 1) \cdot A_{s3}$$

$$A_{c2}' = A_{c1}' + A_{c3}'$$

$$y_{u2}' = [A_{c1}' \cdot y_{u1}' + A_{c3} \cdot (h_1 + h_p/2) + (\eta - 1) \cdot A_{s3} \cdot (h_2 - y_{os3})] / A_{c2}'$$

$$y_{o2}' = h_2 - y_{u2}'$$

$$I_2' = I_1' + A_{c1}' \cdot (y_{u2}' - y_{u1}')^2 + A_{c3} \cdot [h_p^2/12 + (y_{o2}' - h_p/2)^2] + (\eta - 1) \cdot A_{s3} \cdot (y_{o2}' - y_{os3})^2$$

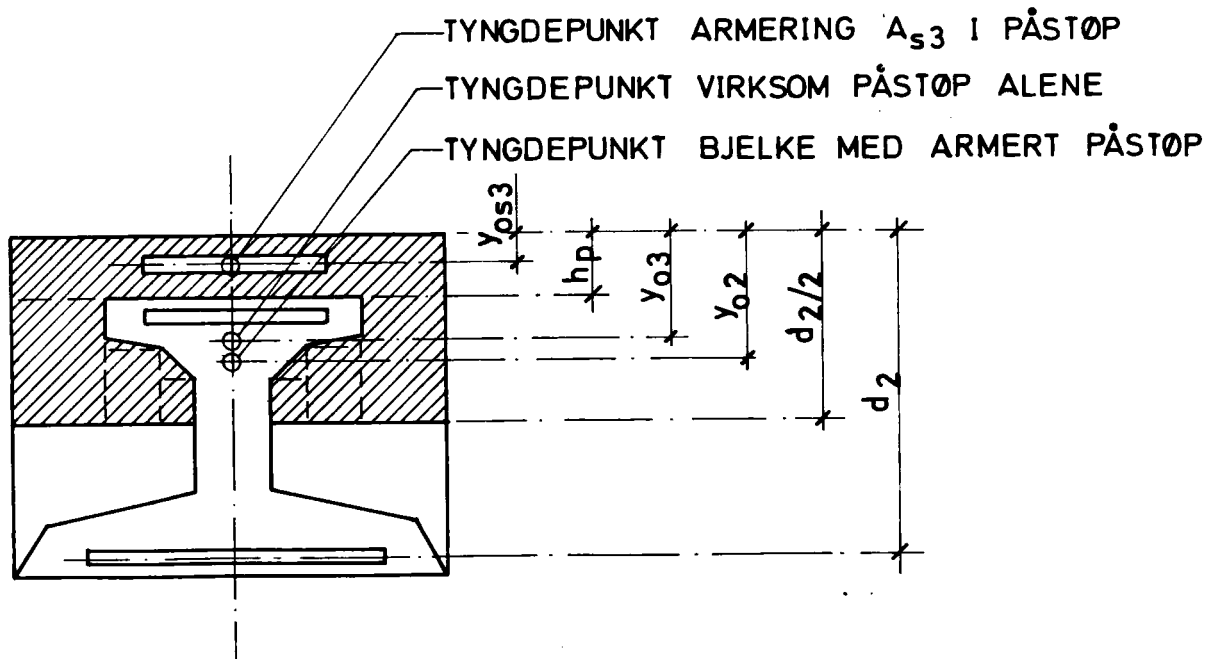
$$W_{u2}' = I_2' / y_{u2}'$$

B4 Bjelke med påstøp på topp og sider

a) For påstøp alene.

Regner betongen i påstøpen virksom bare ned til en avstand $d_2/2$ regnet fra ok bjelke.

$$\begin{aligned} A_{c3}^o &= \text{virksomt tverrsnittsareal påstøp} \\ &= \sum_{l=1}^n A_n^o \end{aligned}$$



y_{o3} = avstand fra øk påstøp til tyngdepunkt virksam påstøp alene

$$= \sum_1^n A_n^o \cdot y_{on} / A_{c3}^o$$

$$I_3^o = \sum_1^n A_n^o \cdot [r_n^2 + (y_{on} - y_{o3})^2]$$

$$A_{c3} = \eta_c \cdot A_{c3}^o$$

$$I_3 = \eta_c \cdot I_3^o$$

b) Bjelke med armert påstøp

$$A_{c2}' = A_{c1}' + A_{c3} + (\eta - 1) \cdot A_{s3}$$

$$y_{o2}' = [A_{c1}' \cdot (y_{o1}' + h_p) + A_{c3} \cdot y_{o3} + (\eta - 1) \cdot A_{s3} \cdot y_{os3}] / A_{c2}'$$

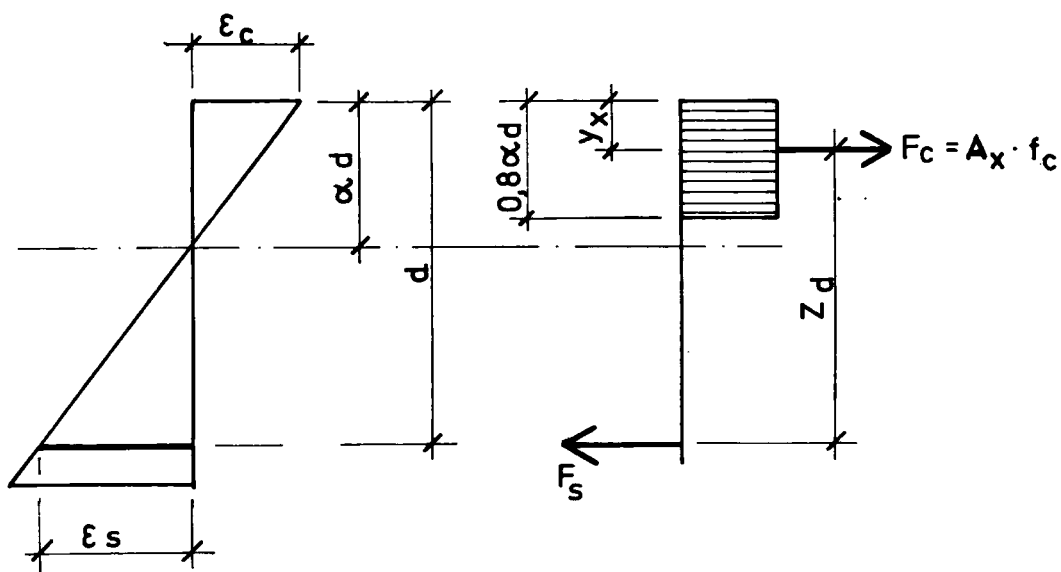
$$I_2' = I_1' + A_{c1}' \cdot (y_{o1}' + h_p - y_{o2}')^2 + I_3 + A_{c3} \cdot (y_{o2}' - y_{o3})^2 + (\eta - 1) \cdot A_{s3} \cdot (y_{o2}' - y_{os3})^2$$

BILAG C

BESTEMMELSE AV z OG M_d

C1 Positivt moment

Trykksoneens høyde $\alpha \cdot d$ er bestemt av betongens trykktøyning ϵ_c og ståltøyningen ϵ_s



$$\alpha = \epsilon_c / (\epsilon_s + \epsilon_c)$$

$$\text{hvor } \epsilon_c = 3,5 \text{ o/oo}$$

$$\epsilon_s = f_{0,2}/E_s + 2 \text{ o/oo} - \epsilon_{sp}$$

$$\epsilon_{sp} \approx 0,7 \cdot 0,85 \cdot f_{0,2}/E_s = 0,6 f_{0,2}/E_s$$

Trykksoneens høyde er $\alpha \cdot d$. Betongarealet A_x som tilsvarer 80% av denne høyde, dvs. $0,8 \alpha \cdot d$, regnes med konstant trykkpåkjennning f_c . Settes avstanden fra ok bjelke ned til tyngdepunktet av A_x til y_x blir

$$z_d = d - y_x$$

For betongen alene blir da

$$M_{dc} = A_x \cdot f_c \cdot z_d$$

I pkt. C2 er vist hvordan virkningen av spennarmering og slakk armering i trykksonen kan medtas.

For bjelke uten påstøp settes $f_c = f_{c1}$ og ok-armeringen kan vanligvis ignoreres. For $M_y < M_d$ kan tilnærmet settes

$$z \cong d_1 - d_x \cdot M_y / M_d$$

For bjelke med påstøp settes på den sikre side $f_c = f_{c2}$. Vanligvis er trykksonen rektangulær, og på den sikre side kan det ses bort fra armeringen.

For påstøpt plate blir

$$h_p < 0,8 \cdot \alpha \cdot d_2, \quad y_x = h_p / 2, \quad z_d = d_2 - h_p / 2$$

$$h_p > 0,8 \cdot \alpha \cdot d_2, \quad y_x = 0,4 \cdot \alpha \cdot d, \quad z_d = d_2 - 0,4 \cdot \alpha \cdot d_2$$

Dersom $M_y < M_d$ kan settes

$$z \cong d_2 - y_x \cdot M_y / M_d$$

C2 Negativt moment

Trykksonens maksimale høyde bestemmes for undergurten på samme måte som gitt i pkt. C1 for overgurten. 80% av denne høyde, dvs. $0,8 \cdot \alpha \cdot (h_1 - y_{os})$, regnes med konstant trykkpåkjenning f_{c1} . Betongarealet som tilsvarer denne høyde settes lik A_x og avstanden fra uk bjelke til tyngdepunktet av A_x til y_x . Følgelig blir

$$z_d = h - y_{os} - y_x$$

For betongen alene blir da

$$M_{dc} = A_x \cdot f_{c1} \cdot z_d$$

Som regel kan bjelkestegets innflytelse, noe på den sikre side, sløyfes ved beregning av A_x .

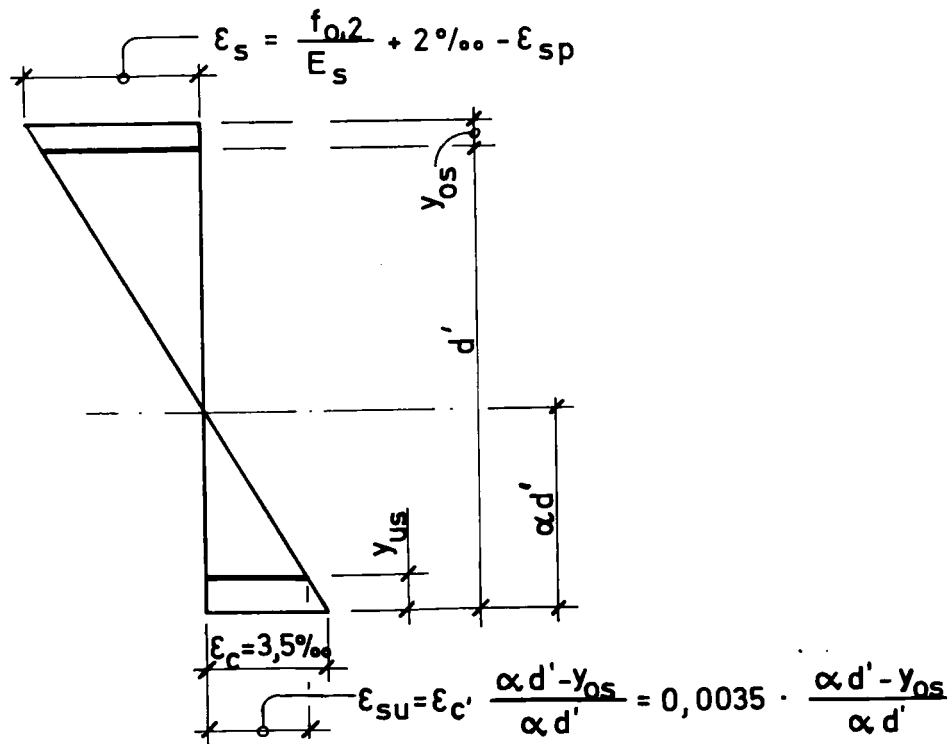
Virkningen av armeringen må vanligvis tas med. Total armering i uk bjelke

$$A_{su} = (1-m) \cdot A_{s1} + A_{s2}$$

hvor $m = \Delta A_{s1} / A_{s1}$ og ΔA_{s1} areal av spennarmering som er satt ut av funksjon ved bruk av plaststrømper el.l.

Antas tyngdepunktet for A_{su} og $(A_{s1} + A_{s2})$ å falle sammen, blir armeringens bidrag til M_d gitt ved

$$M_{ds} = [A_{s1} \cdot (1-m) \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2}] \cdot (h - y_{os} - y_{us})$$



$$\sigma_{s1} = \frac{E_{s1}}{\gamma_m} \cdot \epsilon_{su} \leq f_{s1}$$

$$\sigma_{s2} = \frac{E_{s2}}{\gamma_m} \cdot \epsilon_{su} \leq f_{s2}$$

Antas $\sigma_{sp} = 0,7 f_{0,2}$ blir $\alpha \approx 0,43$ for $f_{0,2} = 1600 - 1800 \text{ N/mm}^2$

Med $y_{os} \approx 0,1 d'$ blir da $\epsilon_{su} \approx 2,7 \text{ ‰}$

Som regel blir $\sigma_{s2} = f_{s2}$

Samlet maksimal momentkapasitet for undergurten blir

$$M_d = M_{dc} + M_{ds}$$

Tilsvarende indre momentarm

$$z_d = M_d / [A_x \cdot f_{c1} + A_{s1} \cdot (1-m) \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2}]$$

Hvis $M_\gamma < M_d$, vil $z > z_d$

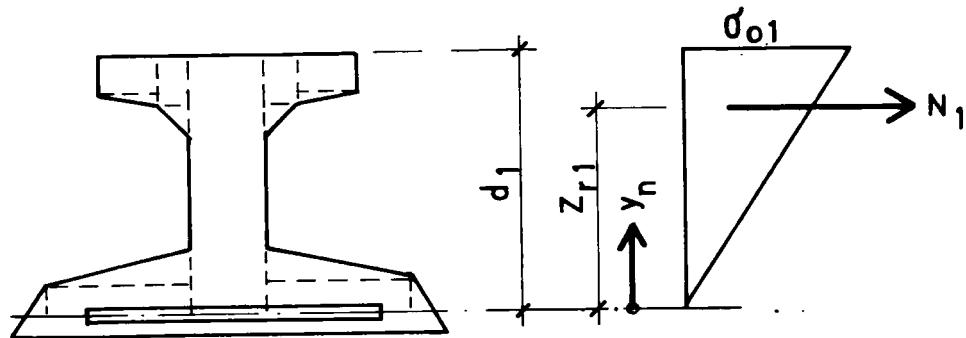
Tilnærmet kan settes

$$z = d' - (d' - z_d) \cdot M_\gamma / M_d$$

BILAG D

BESTEMMELSE AV z_r

D1 Bjelken alene



Ved den spenningstilstand som er vist på figuren blir

$$\begin{aligned} N_1 &= \sum_1^n A_n \cdot \sigma_n \\ &= \sigma_{o1} \cdot \sum_1^n A_n \cdot y_n / d_1 = \sigma_{o1} \cdot S_{z1} / d_1 \end{aligned}$$

hvor A_n er arealet av en tverrsnittsdelen n og σ_n spenningen i tyngdepunktet av tverrsnittsdelen for en belastning som gir spenningsløs betong i høyde med strekkarmeringens tyngdepunkt. S_1 er det statiske moment om strekkarmeringen av det ovenfor liggende betongareal.

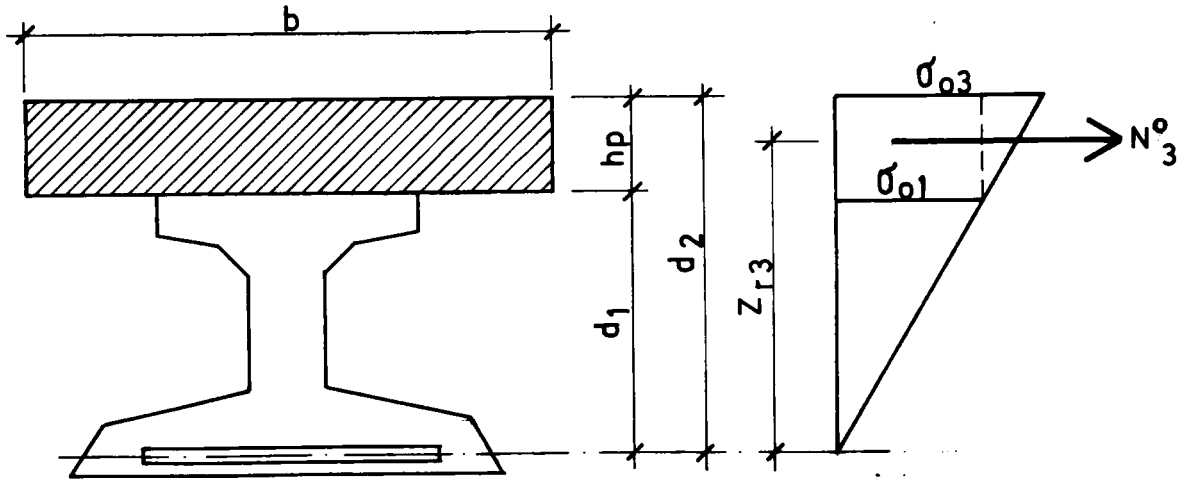
Tverrsnittets indre momentarm for det belastningsnivå som gir spenningsløs betong i høyde med strekkarmeringens tyngdepunkt, bestemmes ved å ta moment om dette punkt

$$\begin{aligned} z_{r1} &= \sum_1^n A_n \cdot \sigma_n \cdot y_n / N_1 \\ &= \sigma_{o1} \cdot \sum_1^n A_n \cdot y_n^2 / N_1 = I_{z1} / S_{z1} \end{aligned}$$

hvor y_n er avstanden fra strekkarmeringens tyngdepunkt til trykkresultanten av hvert tverrsnittselement

I_{z1} er treghetsmomentet om strekkarmeringens tyngdepunkt av det ovenfor liggende betongareal.

D2 Påstøpt plate alene



Tilsvarende som for bjelken fås

$$z_{r3} = I_{z3} / S_{z3}$$

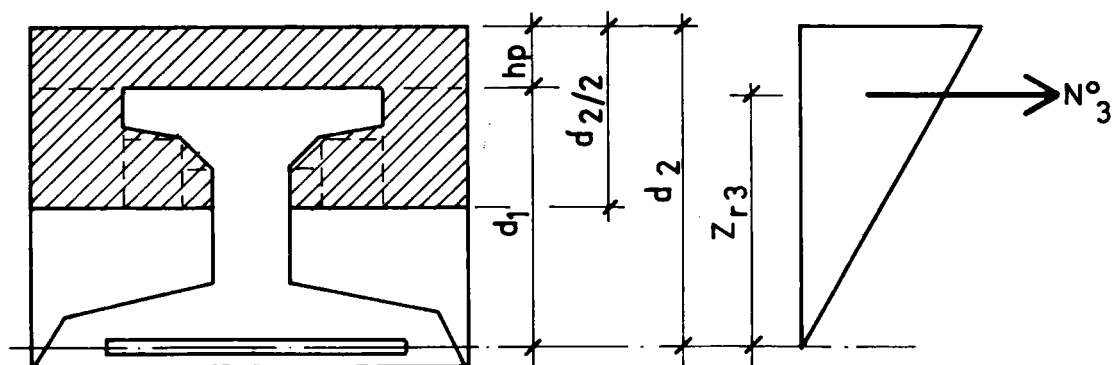
hvor I_{z3} og S_{z3} er verdier for påstøpen

I dette tilfelle blir

$$z_{r3} = (d_1 + 0,5 h_p + \frac{h_p^2/12}{d_1 + 0,5 h_p})$$

D3 Påstøp på topp og sider

Regner betongen virksom bare ned til en avstand $d_2/2$ regnet fra ok bjelke. Tilsvarende som i pkt. D2.



$$z_{r3} = I_{z3} / S_{z3}$$

hvor I_{z3} og S_{z3} er verdier for virksomt tverrsnitt av påstøpen

D4 Bjelke i samvirke med påstøp

Med betegnelsene i pkt. D1-D3 fås

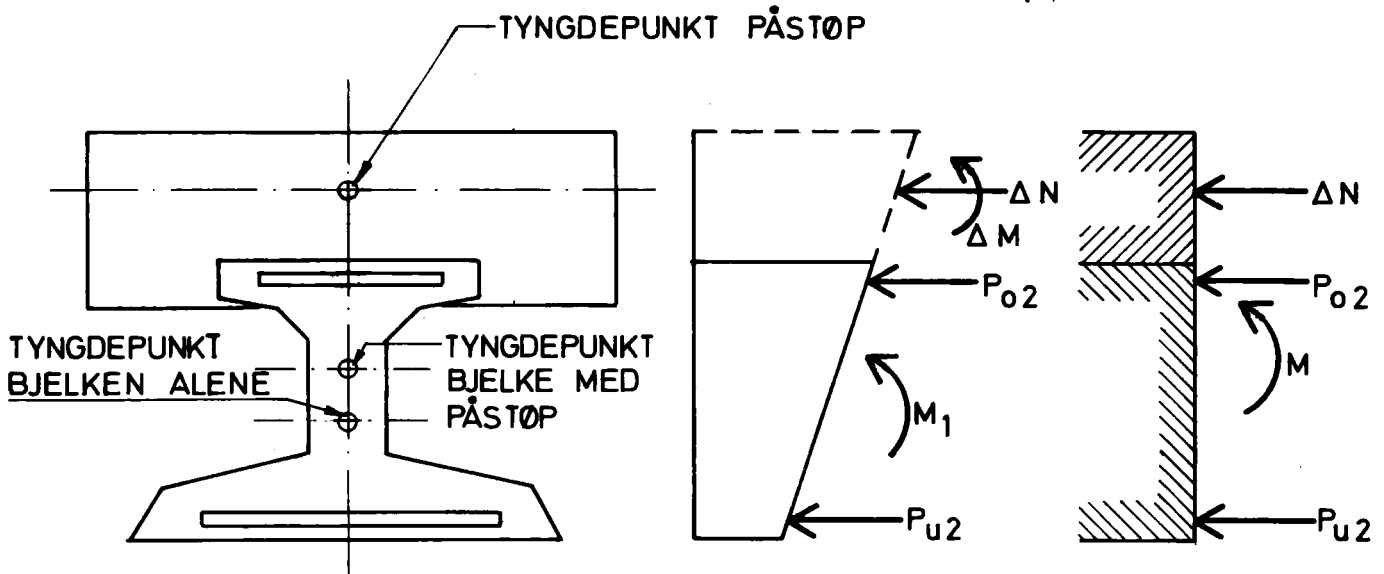
$$z_{r_2} = (I_{z_1} + I_{z_3}) / (S_{z_1} + S_{z_3})$$

BILAG E

TILLEGGSKREFTER I SAMVIRKETVERRSNITT VED BEREGNING AV σ_{sr}

Før påstøpen er virksom, virker et positivt moment $M_1 = M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}$ fra egenvekt bjelke og påstøp. Dessuten virker spennkreftene P_{u2} og P_{o2} . Spenningsdiagrammet fra bjelken alene tenkes forlenget som om tilsvarende spenninger opptrer i hele det samlede tverrsnitt (bjelke med påstøp). For at det fortsatt skal være likevekt mellom ytre og indre krefter, må det innføres tilleggskrefter ΔN og ΔM som tenkes å virke på bjelke med påstøp.

ΔN bestemmes ut fra betongspenningen i påstøpens tyngdepunkt og er gitt ved



$$-\Delta N/A_{c3}' = -(P_{u2} + P_{o2})/A_{c1}' - (M_1 - P_{u2} \cdot e_{u1}' + P_{o2} \cdot e_{o1}') \cdot a/I_1'$$

hvor $a = h_1 + h_p - y_{o3} - y_{u1}'$

De andre symboler er gitt i Bilag B.

ΔM bestemmes ut fra spenningsdiagrammets gradient

$$\Delta M/I_3' = (M_1 - P_{u2} \cdot e_{u1}' + P_{o2} \cdot e_{o1}')/I_1'$$

Følgelig blir ligningene for bestemmelse av tilleggskreftene:

$$\begin{aligned} \Delta N &= (P_{u2} + P_{o2}) \cdot A_{c3}'/A_{c1}' \\ &\quad + (M_1 - P_{u2} \cdot e_{u1}' + P_{o2} \cdot e_{o1}') \cdot a \cdot A_{c3}'/I_1' \end{aligned}$$

$$\Delta M = (M_1 - P_{u2} \cdot e_{u1}' + P_{o2} \cdot e_{o1}') \cdot I_3'/I_1'$$

Spennningene i bjelken fås ved å regne det samlede tverrsnitt med kreftene vist til høyre i figuren

$$M = M_1 + M_2 + \Delta M$$

hvor M_2 er det moment som virker i tillegg til M_1 på det samlede tverrsnitt

BILAG F

BESTEMMELSE AV MATERIALVERDIER FOR BETONGENS KRYPNING OG SVINN

F1 Antatt prinsippiell sammenheng

Betongens krypningsegenskaper avhenger først og fremst av fuktigheten i den omgivende luft, bygningsdelens dimensjoner og betongens sammensetning. Forøvrig har lastens størrelse og varighet samt betongens herdningsalder når lasten påføres, stor betydning.

Ved beregningen innføres kryptallet ϕ_t som et mål for deformasjonsøkningen p.g.a. krypning. Kryptøyningen ved konstant spenning blir

$$\epsilon_{cc} = \frac{\sigma_c}{E_c} \cdot \phi_t \quad (1)$$

Av praktiske grunner er tøyningen uttrykt ved elastisitetsmodulen E_c svarende til 28 døgns fasthet (normverdi), også ved avvikende pålastingsalder og -fasthet, og det tidsavhengige kryptall ϕ_t er bestemt på grunnlag av dette.

Kryptøyningen ϵ_{cc} kan som en tilstrekkelig nøyaktig tilnærming tenkes sammensatt av følgende to andeler: en forsinket (visko-) elastisk tøyning ϵ_{cv} og en plastisk (flyte-) tøyning ϵ_{cf} . Tilsvarende består kryptallet av andelene ϕ_v og ϕ_f :

$$\begin{aligned} \phi_t &= \phi_v + \phi_f \\ &= 0,4 \cdot \kappa_v(t-a) + \phi_{f0} \cdot (\kappa_{ft} - \kappa_{fa}) \end{aligned} \quad (2)$$

hvor κ_v koeffisient for tidsforløp av den forsinkede elastiske tøyning (fig. 2)

κ_f koeffisient for tidsforløp av flytetøyningen (fig 3)

ϕ_{f0} normert kryptall for flyteandelen (tabell 1)

t betongens effektive alder ved det undersøkte tidspunkt

a betongens effektive alder når vedkommende spenning påføres

$t-a$ effektiv belastningstid

Betongens effektive alder bestemmes som angitt i avsnitt F2 i dette bilag.

Den forsinkede elastiske tøyning, med antatt sluttverdi $\phi_v = 0,4$, skjer vesentlig raskere enn flyteandelen, og for spenningstilstander med varighet minst 3 mnd. kan koeffisienten κ_v uten vesentlig feil settes lik 1.

Oppdelingen av kryptallet i de to andelene gjør det lettere og mer oversiktlig å ta hensyn til de parametre som påvirker krypningen, og gir i endel tilfelle også fordeler ved beregningen, se [1], [3]. Dette gjelder spesielt hvis betongspenningene fra langtidslast varierer sterkt. En metode som alltid fører frem, er å dele inn belastningshistorien i tidsintervall, hvor det innen hvert kan regnes konstant spenning. Den ønskede tilstand fås ved superposisjon av alle disse deltilstander.

En annen fremgangsmåte, som også kan være praktisk, er vist på fig. 1 for en konstant spenning virkende fra tidspunkt t_1 til t_2 . Ved tidspunkt $t \leq t_2$ gjelder lign. (2), og for $t \geq t_2$ kan kryptøyningen regnes å bli $\epsilon_{cc} = \phi_t \cdot \sigma_c / E_c$ med et effektivt kryptall

$$\begin{aligned} \phi_t &= 0,4 \cdot \kappa_v(t_2 - t_1) + \phi_{f0} \cdot (\kappa_{ft_2} - \kappa_{ft_1}) \\ &- 0,4 \cdot \kappa_v(t_2 - t_1) \cdot \kappa_v(t - t_2) \end{aligned} \quad (3)$$

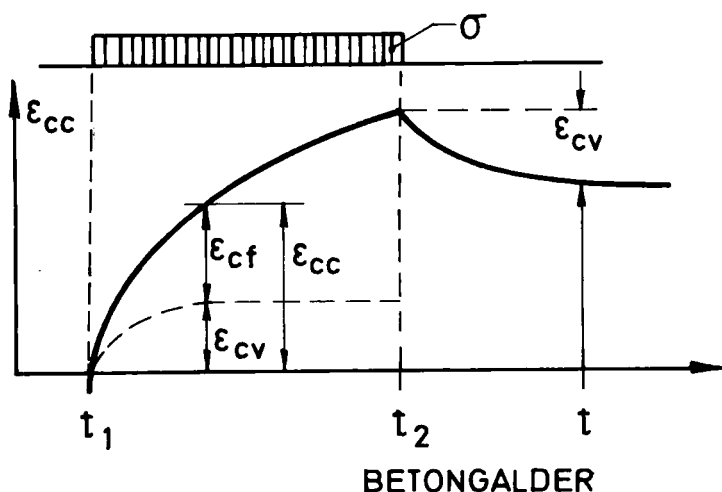


Fig. 1 Krypning ved konstant spenning virkende fra tidspunkt t_1 til t_2 (full avlastning)

I praksis ønskes normalt verdier efter lang tid ($t \rightarrow \infty$), slik at $\kappa_v(t - t_2) \rightarrow 1$.

Krypningsandelen ϕ_v (forsinket elastisk) er reversibel og kan tilnærmet regnes uavhengig av klima og betongalder. Flyteandelen ϕ_f , som er irreversibel, påvirkes av begge disse faktorer. Både prinsipp og tallverdier er i samsvar med [1] og [2].

Betongens svinn avhenger vesentlig av uttørringen, på samme måte som en andel av krypningen. Svinntøyningen fra tidspunkt a til t kan uttrykkes ved

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cso} \cdot (\kappa_{st} - \kappa_{sa}) \quad (4)$$

hvor κ_s koeffisient for svinnets tidsforløp (fig. 4)

ϵ_{cso} grunnverdi for svinn (tabell 1)

Ved beregning av svinnkrefter kan det antas at krypningen har samme tidsforløp som svinnet.

F2 Tallverdier

For å kunne ta hensyn til de viktigste parametre for betongens deformasjonsegenskaper, innføres det "effektiv betongtykkelse" og "effektiv betongalder". Begge avviker normalt fra de faktiske verdier og blir derfor beregningsmessige hjelpestørrelser.

Effektiv tykkelse er

$$h_e = k_h \cdot \frac{2A_c}{U} \quad (5)$$

hvor k_h klimaavhengig koeffisient (tabell 1)

A_c betongtverrsnittets areal

U omkrets av overflate som utsettes for uttørring (ved kassetverrsnitt bør medregnes halvparten av indre omkrets)

Effektiv betongalder (døgn) er

$$t = k_c \cdot \Sigma \frac{T_0 + 100}{300} \cdot \Delta t \quad (6)$$

hvor k_c koeffisient avhengig av sementens herdningshastighet. For PC300 kan regnes $k_c = 1$, for PC375 regnes $k_c = 2$

Δt antall døgn med midlere betongtemperatur T_0 (minusgrader medtas ikke)

Ovenstående verdier for k_c gjelder for betongens krypning. For svinn regnes alltid $k_c = 1$, uavhengig av sementtype.

Tallverdier for krypning og svinn er gitt i tabell 1 og på figurene 2, 3 og 4. Tøyninger regnes positive som forlengelse, og ϵ_{cs} blir derfor negativ.

Tabell 1 Verdier for normert kryptall ϕ_{fo} , grunnverdi for svinn ϵ_{cso} og koeffisient k_h i lign. (5).

Konstruksjonens omgivelser	Rel. luftfuktighet	ϕ_{fo} ^{*)}	$10^3 \cdot \epsilon_{cso}$ ^{*)}	k_h
I vann		0,8	+0,10	30
Svært fuktig klima (direkte over vann)	90%	1,3	-0,10	5,0
Utendørs forøvrig	70%	2,0	-0,25	1,5
Tørr atmosfære (tørre rom innendørs)	40%	3,0	-0,40	1,0

^{*)} Verdiene gjelder for relativt stiv betong (stiv plastisk til plastisk), egnet for vibrering. For stiv til meget stiv betong kan verdiene reduseres med 25%, og for tungt flytende betong økes verdiene med 25%.

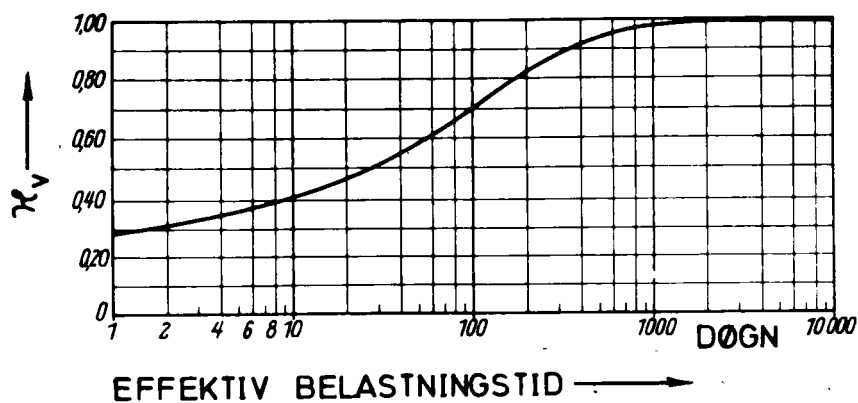


Fig. 2 Koeffisient κ_v for tidsforløp av forsinket elastisk deformasjon (ϵ_{cv})

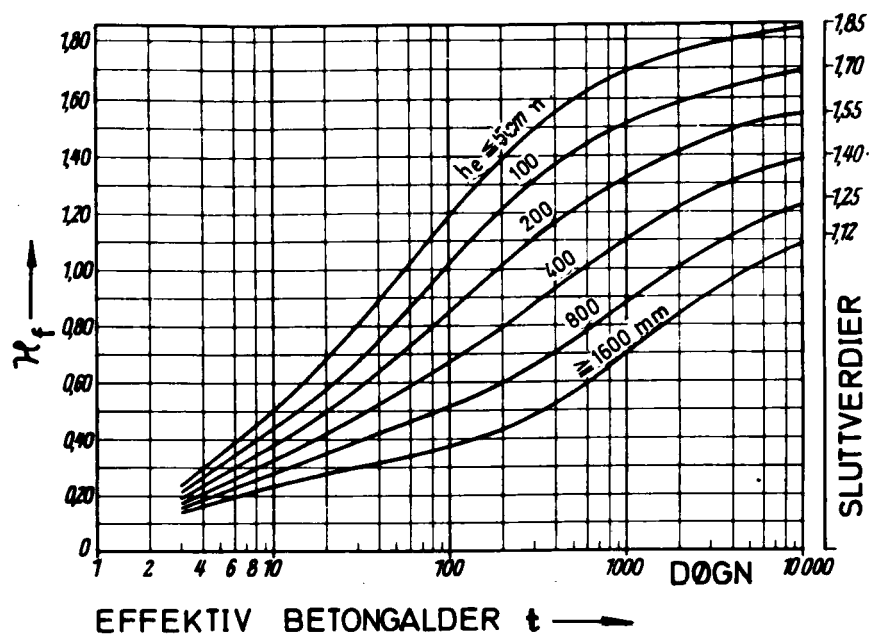


Fig. 3 Koeffisient κ_f for flytningsandel (ϵ_{cf})

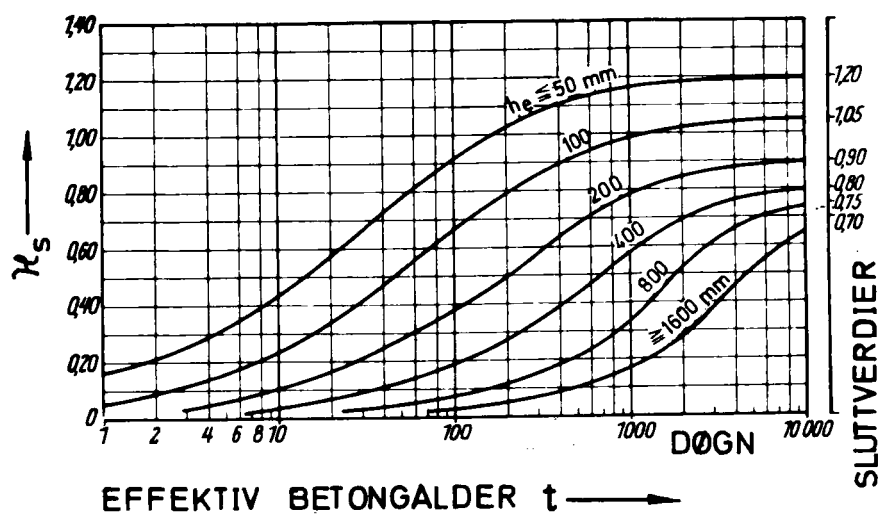


Fig. 4 Koeffisient κ_s for tidsforløp av betongens svinn

Tallverdiene er tatt fra [2], idet det i stedet for sementtyper og konsistensklasser efter tysk standard er innført tilnærmet likeverdige norske.

Den mer nyanserte fremgangsmåten gir ikke en tilsvarende sikkerhet for verdiene, men den gjør det mulig å ta hensyn til de viktigste parametre på en bedre måte enn tidligere.

Henvisninger:

- [1] H. Rüsç, D. Jungwirth, H. Hilsdorf: Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons auf das Verhalten der Tragwerke. Beton- und Stahlbetonbau 1973, s. 49-60 (H.3), s. 76-86 (H.4), s.152-158 (H.6).
- [2] Richtlinien für Bemessung und Ausführung von Spannbetonbauteilen, Juni 1973 (erstatter foreløpig DIN 4227), Abschn. 8.
- [3] H. Rüsç, H. Kupfer: Bemessung von Spannbetonbauteilen, Beton-Kalender 1974, Bd I, s. 709-796 (spesielt avsn. 7).

NB norsk
betongforening er en forening tilknyttet  **Tekna**
Postboks 2312 Solli, 0201 Oslo • Telefon: 22 94 75 00